
마지막 변경일 2018년 5월 7일

** 프렉탈 코흐 눈송이 **

Geogebra와 수학의 시각화 책의 5.3소절 내용임.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>

가장 최근 파일은 링크를 누르면 받아 보실 수 있습니다.

<https://goo.gl/oJGn4e>

<http://min7014.iptime.org/math/2018010601.pdf>

자료의 수정이 필요한 부분이 있으면 언제든지

민은기 E-mail : min7014@nate.com

이경수 E-mail : ksteach81@gmail.com

으로 연락주시면 감사하겠습니다.

강의록을 보기전에 프로그램 설치를 반드시 읽어보시고 꼭 지오지브라 클래식 5를 설치하시기 바랍니다.

<https://goo.gl/wqWJ6v>

<http://min7014.iptime.org/math/2018011001.pdf>

* 주요변경내역 *

2017.06.24 Geogebra와 수학의 시각화 책에 엮어 출간.

차례

차례	i
제 1 장 Geogebra를 활용한 방과후 활동	1
1.1 프레탈 코흐 눈송이	3
1.1.1 Geogebra 기본 도구로 코흐 눈송이 만들기	3
1.1.2 Geogebra 스크립트를 활용한 프로그래밍으로 코흐 눈송이 만들기	10
찾아보기	27

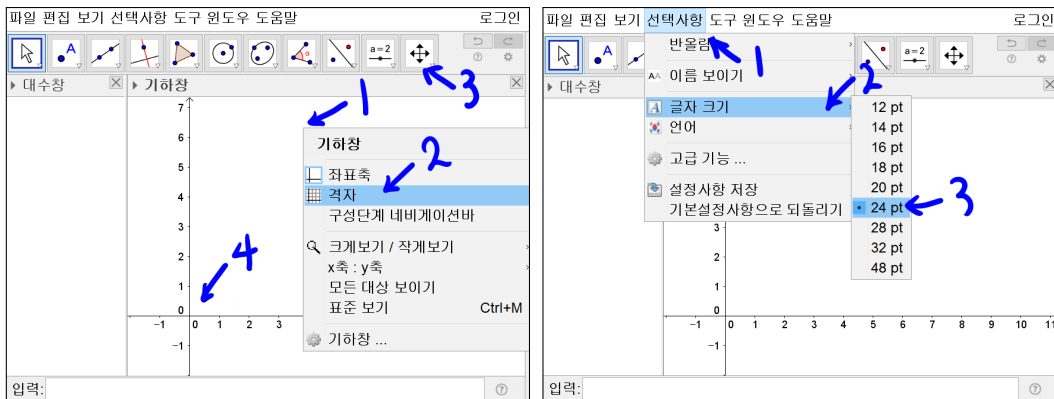
제 1 장

Geogebra를 활용한 방과후 활동

1.1 프렉탈 코흐 눈송이

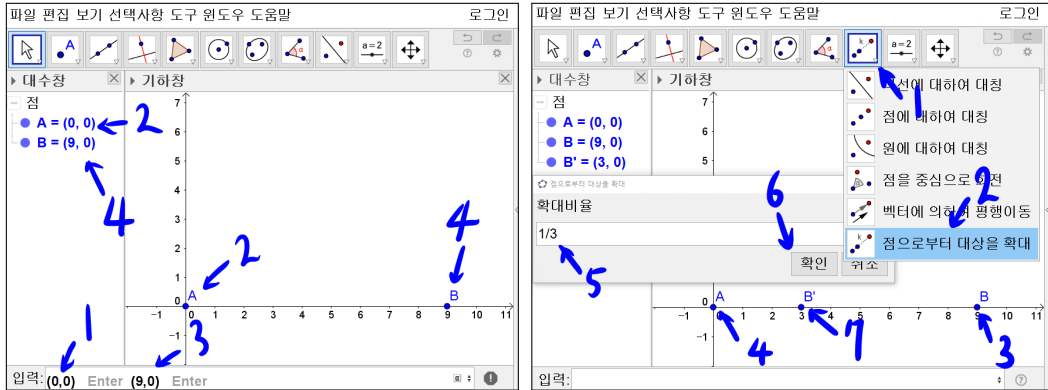
코흐 눈송이는 프렉탈 구조를 가진 대표적인 도형으로 눈송이 모양을 닮았다 하여 코흐 눈송이라고 부릅니다. 참고로 프렉탈 도형은 자기복제 도형이라고도 불리며 이는 프렉탈이 부분적으로 자기 자신인 전체와 동일한 형태를 가지고 있기 때문입니다. 코흐 눈송이를 만들려면 자기복제 도형을 만들어야 하나 Geogebra 에는 이를 위한 마땅한 도구가 없습니다. 사실 Geogebra에는 반복 명령어가 스크립트로 숨겨져 있습니다. 또한 도구를 활용하여 이 반복을 간단히 구현할 수 있습니다. 지금부터 코흐 눈송이를 만들어 보겠습니다.

1.1.1 Geogebra 기본 도구로 코흐 눈송이 만들기

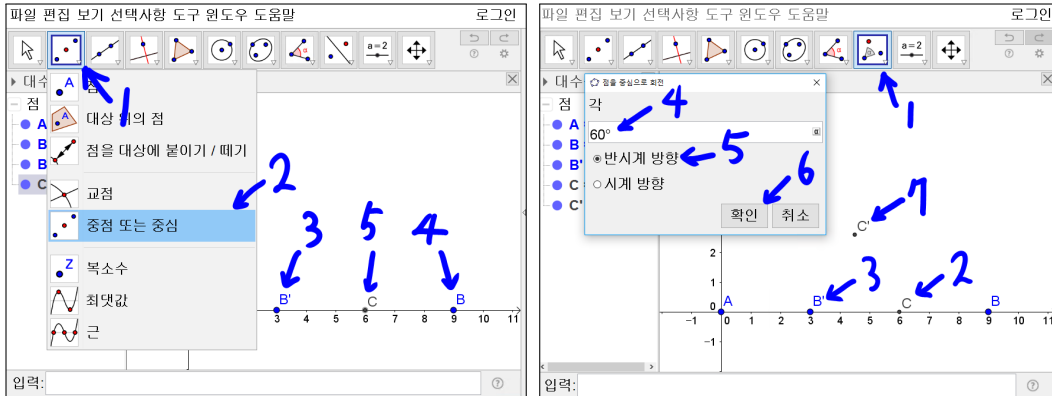


기하창에서 오른쪽 마우스 버튼을 클릭하고 격자를 선택합니다. ‘기하창 이동’ 도구를 선택하고 원점을 좌측 하단에 위치하도록 합니다. 창 상단의 선택사항을 선택하고 글자크기에서 24pt를 선택합니다.

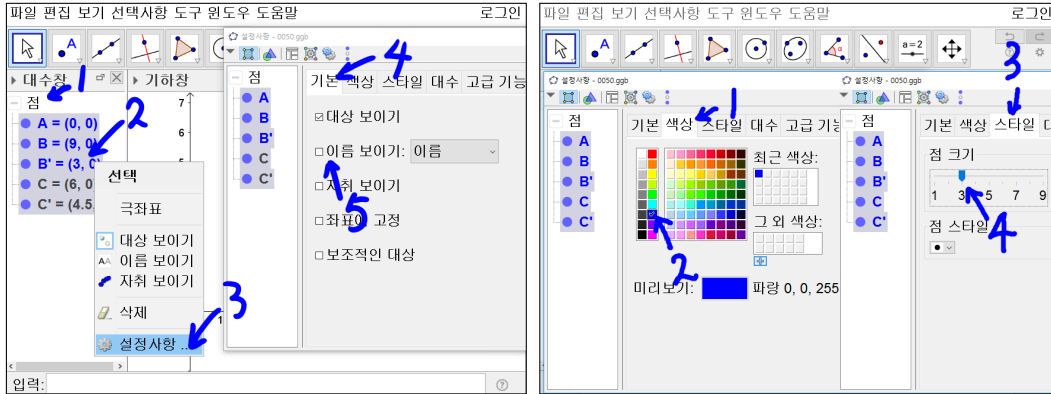
제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동



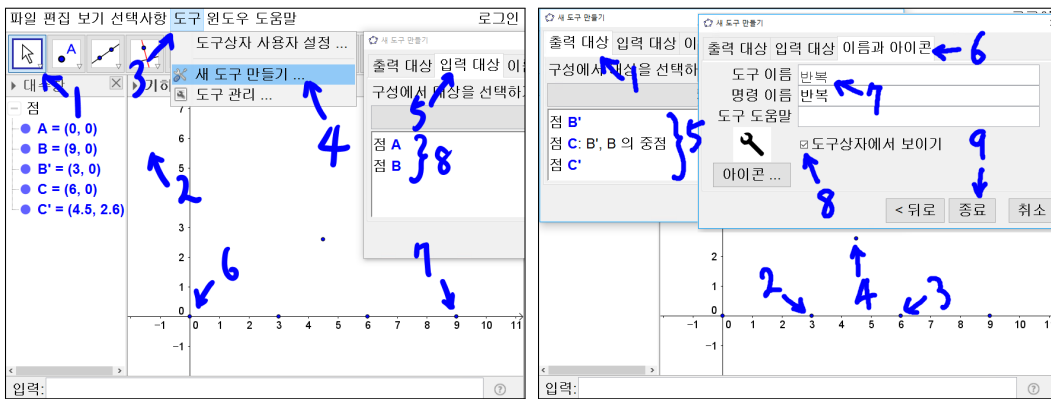
입력창에 (0, 0)과 (9, 0)을 차례로 입력하면 대수창에 $A = (0, 0)$, $B = (9, 0)$ 이 생성됩니다. ‘점으로부터 대상을 확대’ 도구를 선택합니다. 점 B를 선택하고 점 A를 선택하면 ‘점으로부터 대상을 확대’라는 대화상자에 확대비율을 입력하는 빈칸이 생성됩니다. 여기에 1/3을 입력하고 확인을 선택하면 점 B'가 생성됩니다.



‘중점 또는 중심’ 도구를 선택하고 점 B'와 점 B를 선택하면 점 C가 생성됩니다. ‘점을 중심으로 회전’ 도구를 선택하고 점 C를 선택하고 점 B'를 선택하면 점 주위로 회전 대화상자가 나타납니다. 각에 60°를 입력하고 반시계 방향을 선택하고 확인을 선택하면 C'가 생성됩니다.



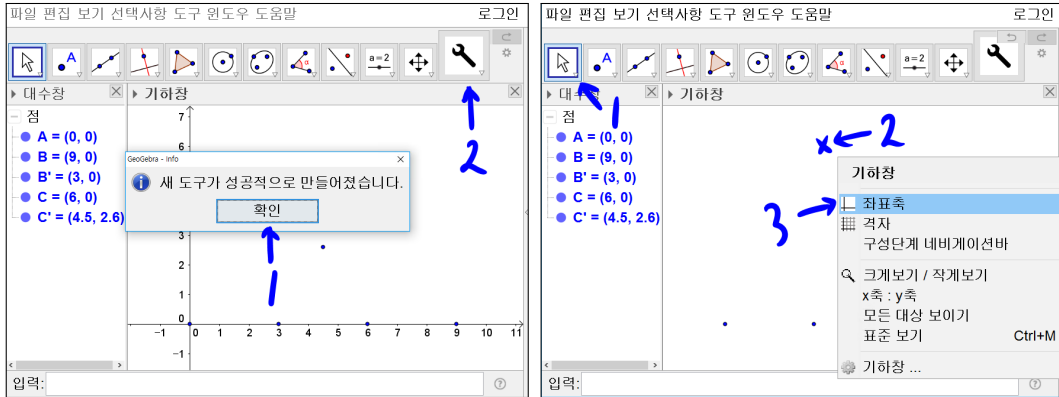
대수창에서 점을 선택하면 지금까지 생성한 점들이 모두 선택됩니다. 선택된 중간에 마우스를 놓고 오른쪽 버튼을 클릭하고 설정사항을 선택합니다. 설정사항의 기본 탭에서 이름보이기 체크상자를 해제합니다. 설정사항의 색상 탭에서 파란색을 선택합니다. 설정사항의 스타일 탭에서 점 크기를 3으로 조절하고 설정사항 창을 닫습니다. 점들이 모두 파란색의 크기가 3인 점이 되었고, 이름은 안 보이게 되었습니다.



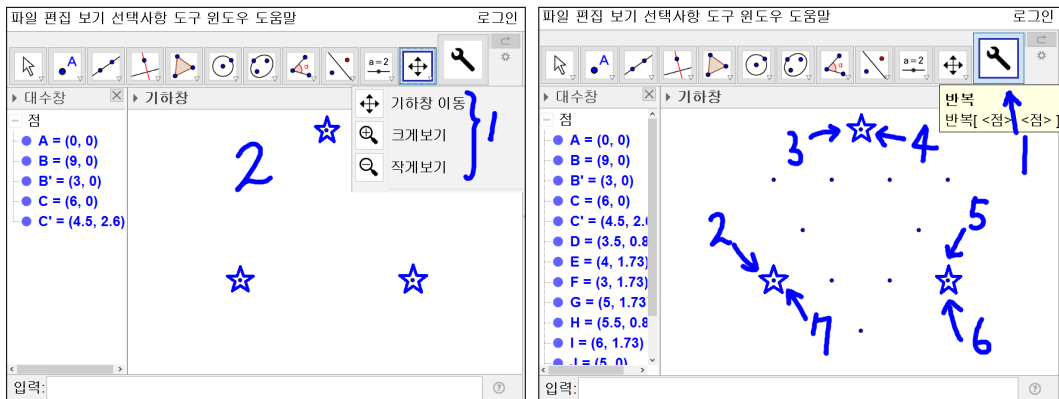
상단의 파일, 편집, 보기, 선택사항, 도구, 윈도우, 도움말에서 도구를 선택하고 새 도구 만들기를 선택합니다. '새 도구 만들기' 창의 입력 대상 탭에서 이름은 보이지 않지만 그림처럼 점 A와 점 B를 선택합니다. '새 도구 만들기' 창의 출력대상 탭에서 이름은 보이지 않지만 그림처럼 점 B', 점 C', 점 C를 선택합니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

다. 나중에 자세히 설명하겠지만 점 A와 점 B가 결정되면 점 B', 점 C', 점 C가 만들어지게 된다는 뜻입니다. ‘새 도구 만들기’ 창의 이름과 아이콘 탭에서 도구 이름에 반복이라고 넣습니다. 도구 상자에서 보이기를 체크하시고 종료를 선택합니다.

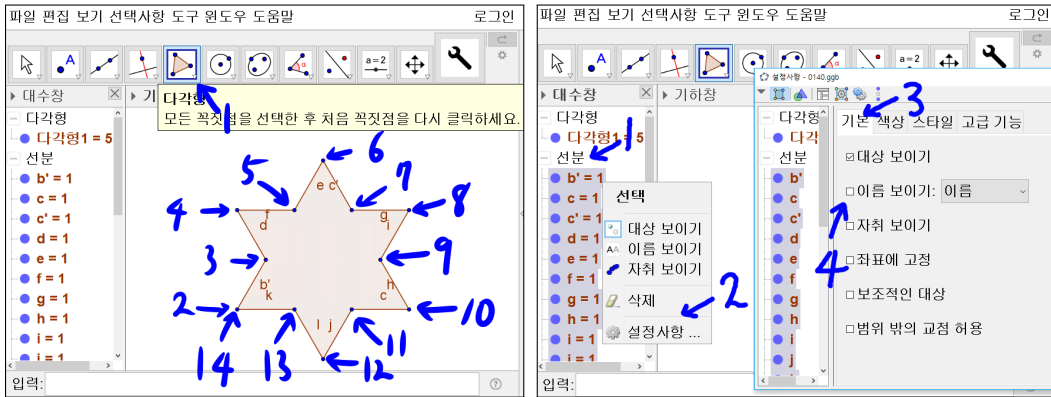


확인을 선택합니다. 도구들이 있는 곳에 반복이라는 새 도구가 생성되었습니다. ‘이동’ 도구를 선택합니다. 기하창 중간에 마우스를 위치시키고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭합니다. 좌표축을 선택하면 화면에 좌표축이 보이지 않습니다.

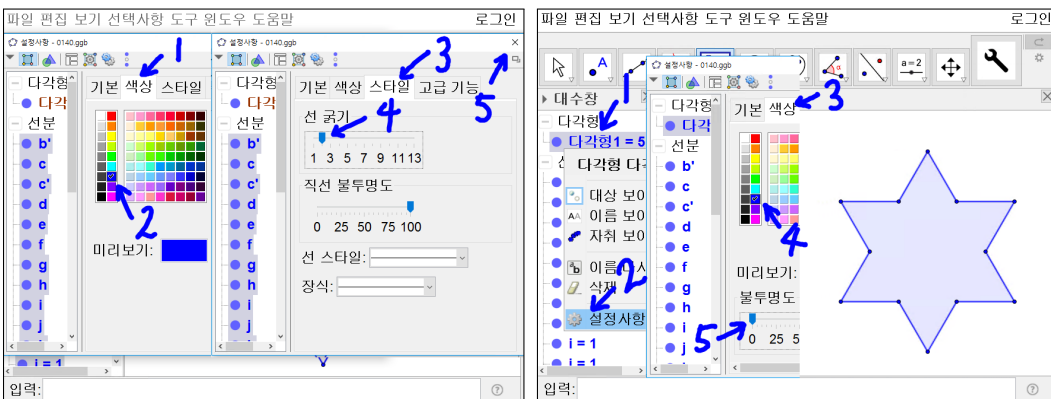


‘기하창 이동’ 도구와 ‘크게보기’ 도구를 사용하여 중앙 3개의 점이 화면에 꼭 차게 위치시킵니다. 마우스 휠을 사용하면 ‘크게보기’ 도구를 사용하지 않더라도

도 확대시킬 수 있습니다. 도구를 사용해 보겠습니다. 새 도구를 선택합니다. ‘반복’ 이라고 이름 붙여진 것을 확인할 수 있습니다. 별 표시한 가운데 3개의 점들을 그림과 같은 순서대로 선택합니다. 자동으로 새로운 점들이 생성됨을 볼 수 있습니다.

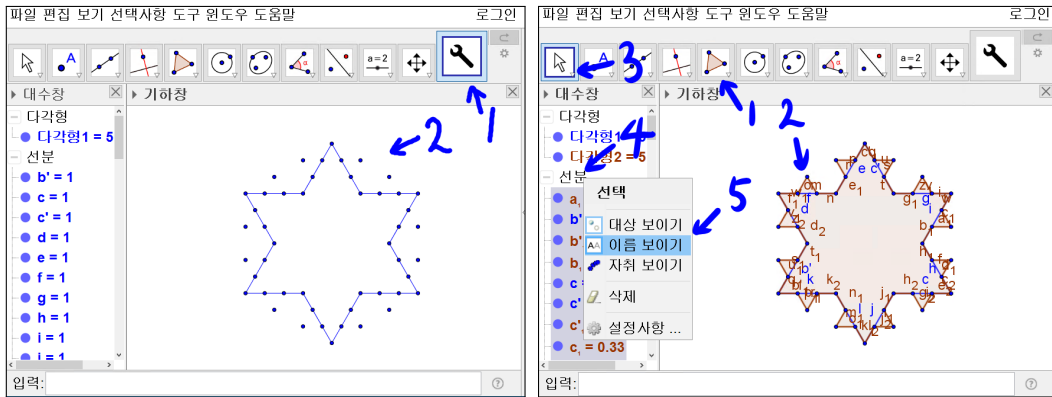


‘다각형’ 도구를 선택하고 점을 차례로 선택합니다. 선택할 때 처음 선택한 점을 마지막에 선택해야 다각형이 완성됩니다. 대수창의 선분을 선택하면 모든 선분이 선택됩니다. 선택된 대상의 중간에 마우스 포인터를 놓고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하고 설정사항을 선택합니다. 설정사항 창의 기본 탭에서 이름 보이기를 체크해제 합니다.

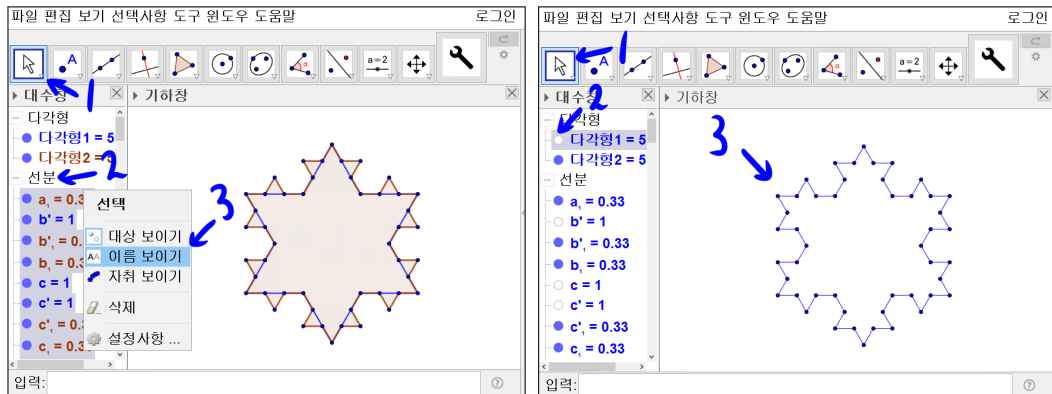


제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

설정사항 창의 색상 탭에서 파란색을 선택합니다. 설정사항 창의 스타일 탭에서 선 굵기를 2로 하고 설정사항 창을 닫습니다. 마우스 포인터를 다각형1에 위치시키고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭합니다. 설정사항을 선택합니다. 설정사항 창의 색상 탭에서 파란색을 선택합니다. 불투명도를 0으로 합니다. 2단계의 코흐 눈송이가 완성되었습니다.



새로 만든 '반복' 도구를 선택하고 위와 같은 방식대로 3단계의 점을 생성합니다. '다각형' 도구를 선택하여 3단계의 코흐 눈송이를 만듭니다. 지저분하게 보이는 선분의 이름을 보이지 않게 하겠습니다. 대수창의 선분을 선택하고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하고 '이름 보이기'를 선택합니다. 아마도 2단계의 선분의 이름도 전부 나타날 것입니다.



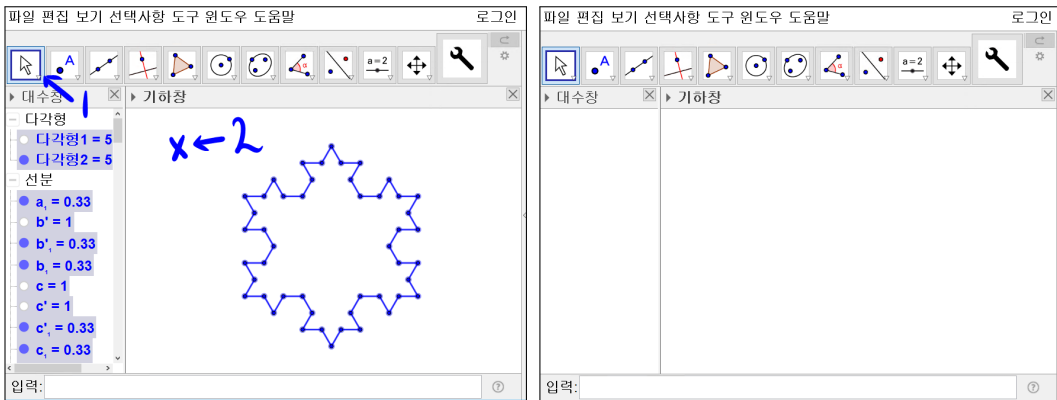
다시 선분을 선택하고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하고 ‘이름 보이기’를 선택하면 원하는 대로 이름이 모두 보이지 않게 됩니다. 대수창의 다각형1의 왼쪽 파란색 원을 선택하면 2단계의 그림이 보이지 않게 됩니다. 3단계의 그림도 색상을 파란색으로 하고 불투명도를 0으로 만들도록 하여 3단계 코흐 눈송이를 완성하도록 하겠습니다.

4단계를 해볼까요? 3단계까지는 그럭저럭 할만 했지만, 4단계는 3단계보다도 점이 많아져서 많은 시간과 노력이 필요할 것입니다. 그나마 처음에 반복이라는 도구를 만들어서 3단계까지는 무리 없이 했지만 반복이라는 도구를 만들지 않았다면 3단계도 많은 시간과 노력이 필요했을 것입니다.

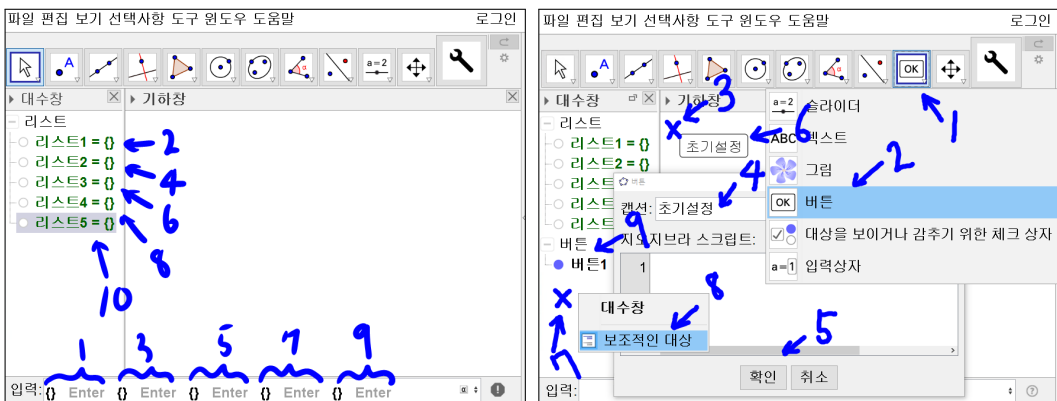
제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

1.1.2 Geogebra 스크립트를 활용한 프로그래밍으로 코흐 눈송이 만들기

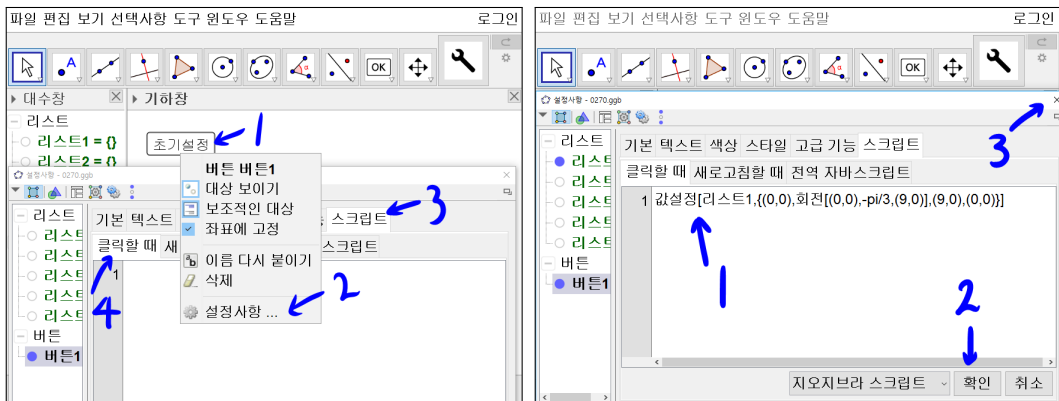
그렇다면, 4단계 이상을 위와 같은 방법으로 할까요? 우리는 컴퓨터를 사용하고 있습니다. 컴퓨터에 자동으로 위와 같은 반복적인 일을 할 수 있게 프로그래밍을 할 수 있습니다. 지금부터는 Geogebra 스크립트 기능을 활용하여 프로그래밍을 하겠습니다.



기하창의 빈 공간을 선택합니다. [Ctrl] 를 누른 상태에서 A를 누르면 지금까지 만들었던 기하적 대상이 모두 선택됩니다. [Delete] 를 눌러 삭제합니다.



입력창에 중괄호 {}를 입력하고 [Enter] 를 누르면 리스트1 = {}이 나타납니다. 같은 방법으로 4회 반복해서 입력하여 리스트2 = {}, 리스트3 = {}, 리스트4 = {}, 리스트5 = {}가 나타나도록 합니다. ‘버튼’ 도구를 선택합니다. 기하창에 ‘x’ 표시한 곳을 선택하면 버튼 창이 나타납니다. 캡션에 초기설정이라고 입력하고 확인을 선택하면 대수창에 버튼1 이 만들어지고 기하창에 초기설정이란 이름의 버튼이 생성됩니다. 만약 대수창에 버튼1이 보이지 않는다면 대수창 빈 공간에 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하고 보조적인 대상을 선택하면 버튼1이 나타날 것입니다.

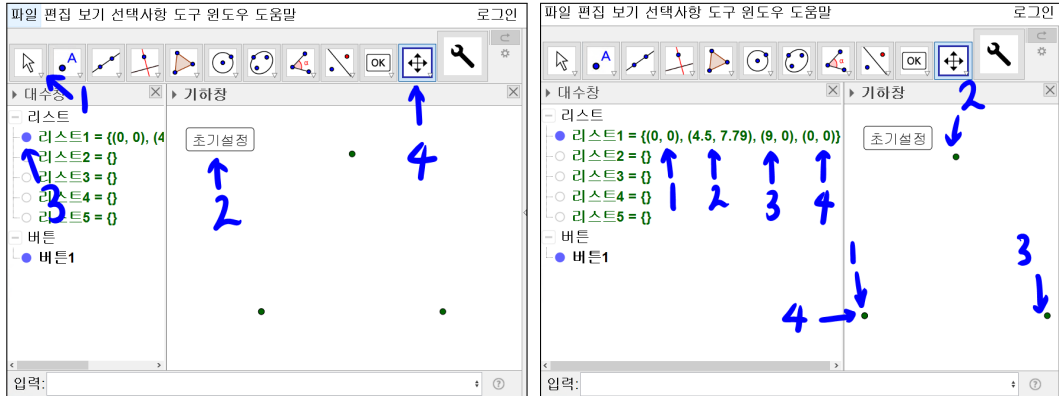


초기설정 버튼의 설정사항으로 들어가서 스크립트 탭에서 ‘클릭할 때’탭을 선택합니다. 초기설정 버튼을 클릭할 때 실행되어야 할 내용을 작성할 것입니다. 그리고 버튼을 클릭했을 때 실행은 첫 줄에서부터 순차적으로 이루어집니다.

값설정[리스트1, {(0, 0), 회전[(0, 0), -pi/3, (9, 0)], (9, 0), (0, 0)}]

를 1번 줄에 입력합니다. 확인을 선택하고 설정사항 창을 닫습니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동



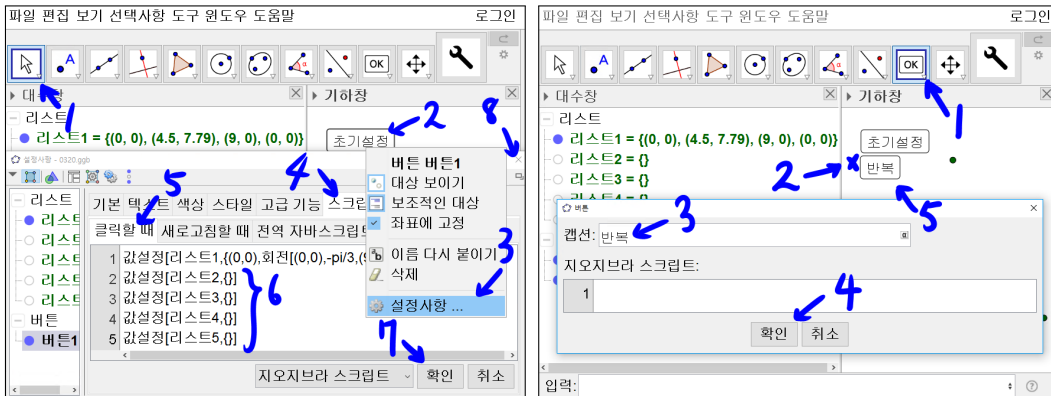
초기설정 버튼을 선택합니다. 만약 버튼2가 생성된다면 [Ctrl] + [Z]를 눌러 이전 작업을 취소하고 [Esc] 키를 누르거나 ‘이동’ 도구를 선택하고 초기설정 버튼을 선택합니다. 대수창 리스트1의 앞에 있는 동그라미를 선택하여 동그라미가 채워지도록 합니다. ‘기하창 이동’ 도구, ‘크게보기’ 도구, ‘작게보기’ 도구를 활용하여 세 점이 화면에 배치되도록 만듭니다. 리스트1은 점들을 모아둔 집합으로 보일 것입니다. 하지만 수학에서 말하는 집합은 아니고 순서가 있는 나열이라고 보시면 됩니다.

1번 줄 : 값설정[리스트1, {(0, 0), 회전[(0, 0), -pi/3, (9, 0)], (9, 0), (0, 0)}]
 —> 리스트1 = {(0, 0), (4.5, 7.79), (9, 0), (0, 0)}

회전[(0, 0), -pi/3, (9, 0)]은 점 (0, 0)을 점 (9, 0)을 기준으로 $-\frac{\pi}{3}$ 라디안만큼 회전한 점 (4.5, 7.79)를 나타냅니다. 즉, 리스트1을 {(0, 0), (4.5, 7.79), (9, 0), (0, 0)}으로 만듭니다. 위에서 쓰인 명령어를 보다 자세히 설명하겠습니다.

{}	빈 리스트를 나타냅니다.
{ A_1, A_2, \dots, A_n }	A_1, A_2, \dots, A_n 순서의 리스트를 나타냅니다.
값설정[A, B]	A를 B로 만듭니다.
(a, b)	x 좌표가 a이고 y 좌표가 b인 점을 나타냅니다.
회전[A, α , (c, d)]	대상 A를 점 (c, d)를 기준으로 α 라디안 회전한 대상이 됩니다.

지금 이 명령어들이 낯선 것은 당연한 것입니다. 아마도 이런 명령어를 여러 번 입력하여 사용해보고 시행착오를 겪어야 완전히 자신의 것이 될 것입니다. 일단 실제로 작성해서 하나씩 만들어 나가면 이해하기 쉬울 것입니다. 다시 진행하겠습니다.



‘이동’ 도구를 선택하고 초기설정 버튼에서 마우스 오른쪽 버튼을 클릭합니다. 설정사항을 선택하고 스크립트 탭에서 ‘클릭할 때’ 탭으로 들어갑니다.

- 2번 줄 : 값설정[리스트2, {}]
- 3번 줄 : 값설정[리스트3, {}]
- 4번 줄 : 값설정[리스트4, {}]
- 5번 줄 : 값설정[리스트5, {}]

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

를 입력하고 확인을 선택한 후 설정사항 창을 닫습니다. ‘버튼’ 도구를 선택한 후 ‘x’ 표시 위치를 선택합니다. 버튼 창의 캡션에 반복이라고 입력합니다. 확인을 선택하면 초기설정 아래에 반복 버튼이 생깁니다. 초기설정 버튼을 눌렀을 때 다음과 같이 실행 결과가 나타납니다.

1번 줄 : 값설정[리스트1, {(0, 0), 회전[(0, 0), $-\pi/3$, (9, 0)], (9, 0), (0, 0)}]

—> 리스트1 = {(0, 0), (4.5, 7.79), (9, 0), (0, 0)}

리스트1을 {(0, 0), (4.5, 7.79), (9, 0), (0, 0)}으로 만듭니다.

2번 줄 : 값설정[리스트2, {}]

—> 리스트2 = {}

리스트2를 비어있는 리스트인 {}으로 만듭니다.

3번 줄 : 값설정[리스트3, {}]

—> 리스트3 = {}

리스트3를 비어있는 리스트인 {}으로 만듭니다.

4번 줄 : 값설정[리스트4, {}]

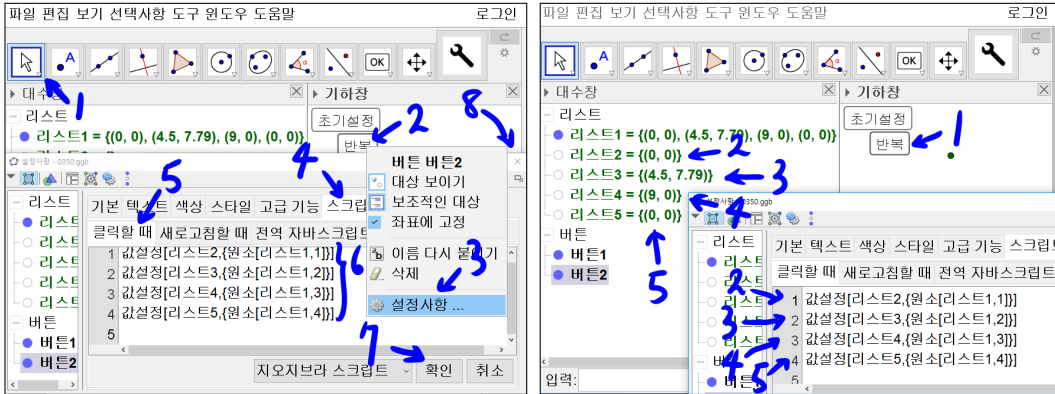
—> 리스트4 = {}

리스트4를 비어있는 리스트인 {}으로 만듭니다.

5번 줄 : 값설정[리스트5, {}]

—> 리스트5 = {}

리스트5를 비어있는 리스트인 {}으로 만듭니다.



마우스 포인터를 반복 버튼 위에 놓고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 설정사항을 선택합니다. 설정사항 창의 스크립트 탭에서 '클릭할 때' 탭을 선택하고

- 1번 줄 : 값설정[리스트2, {원소[리스트1, 1]}]
- 2번 줄 : 값설정[리스트3, {원소[리스트1, 2]}]
- 3번 줄 : 값설정[리스트4, {원소[리스트1, 3]}]
- 4번 줄 : 값설정[리스트5, {원소[리스트1, 4]}]

에 입력하고 확인을 선택하고 설정사항 창을 닫습니다.

반복버튼을 클릭하면 대수창에서 각각의 리스트들의 원소가 바뀐 것을 볼 수 있습니다. 그리고 각각의 명령어가 대수창의 리스트2, 리스트3, 리스트4, 리스트5를 다음과 같이 바꿀 것입니다.

- 1번 줄 : 값설정[리스트2, {원소[리스트1, 1]}]
- 리스트2 = {(0, 0)}
- 리스트2를 리스트1의 첫 번째 원소를 가지는 리스트로 만듭니다.

- 2번 줄 : 값설정[리스트3, {원소[리스트1, 2]}]

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

→ 리스트3 = $\{(4.5, 7.79)\}$

리스트3를 리스트1의 두 번째 원소를 가지는 리스트로 만듭니다.

3번 줄 : 값설정[리스트4, {원소[리스트1, 3]}]

→ 리스트4 = $\{(9, 0)\}$

리스트4를 리스트1의 세 번째 원소를 가지는 리스트로 만듭니다.

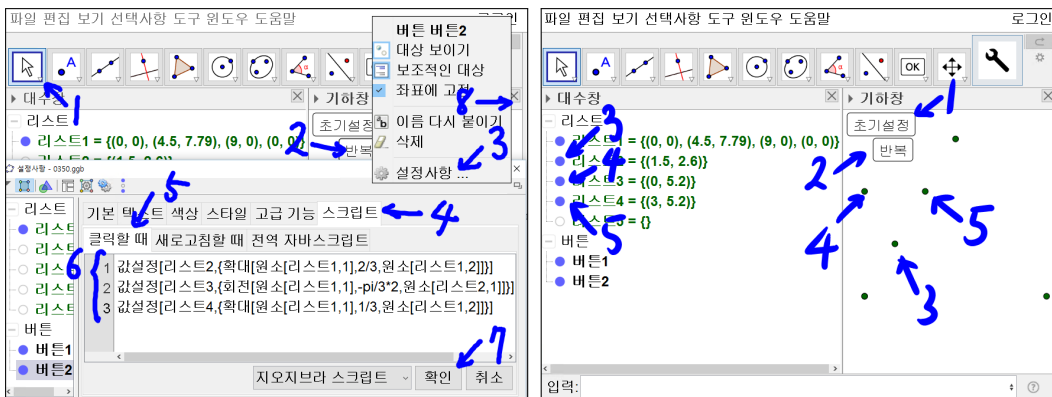
4번 줄 : 값설정[리스트5, {원소[리스트1, 4]}]

→ 리스트5 = $\{(0, 0)\}$

리스트5를 리스트1의 네 번째 원소를 가지는 리스트로 만듭니다.

위에서 쓴 명령어의 설명을 보고 명령어가 어떻게 작동했는지를 알 수 있을 것입니다. 새로 쓴 명령어를 설명하겠습니다.

원소[리스트, n]	리스트라는 이름의 리스트의 n번째 원소를 나타냅니다.
------------	-------------------------------



반복 버튼의 스크립트에서 기존의 내용을 다음과 같이 수정합니다.

1번 줄 : 값설정[리스트2, {확대[원소[리스트1, 1], 2/3, 원소[리스트1, 2]}]

2번 줄 : 값설정[리스트3, {회전[원소[리스트1, 1], $-\pi/3 * 2$, 원소[리스트2, 1]}]

3번 줄 : 값설정[리스트4, {확대[원소[리스트1, 1], 1/3, 원소[리스트1, 2]]}]

을 클릭할 때의 1번째 줄에서 4번째 줄에 있던 명령어들을 다 지우고 1번 줄에서 3번 줄까지 작성합니다. 다 작성 후 확인을 누르고 설정사항 창을 닫습니다. 초기설정 버튼을 선택하고 반복 버튼을 선택합니다. 그리고 각각의 명령어가 대수창의 리스트2, 리스트3, 리스트4, 리스트5를 다음과 같이 바꿀 것입니다.

1번 줄 : 값설정[리스트2, {확대[원소[리스트1, 1], 2/3, 원소[리스트1, 2]]}]

→ 리스트2 = {(1.5, 2.6)}

리스트1의 첫 번째 점을 리스트1의 두 번째 점을 기준으로 $\frac{2}{3}$ 배 확대한 점을 가지는 리스트를 리스트2로 만듭니다.

2번 줄 : 값설정[리스트3, {회전[원소[리스트1, 1], $-\pi/3 * 2$, 원소[리스트2, 1]]}]

→ 리스트3 = {(0, 5.2)}

리스트1의 첫 번째 점을 리스트2의 첫 번째 점을 기준으로 $-\frac{2\pi}{3}$ 라디안 만큼 회전한 점을 가지는 리스트를 리스트3로 만듭니다.

3번 줄 : 값설정[리스트4, {확대[원소[리스트1, 1], 1/3, 원소[리스트1, 2]]}]

→ 리스트4 = {(3, 5.2)}

리스트1의 첫 번째 점을 리스트1의 두 번째 점을 기준으로 $\frac{1}{3}$ 배 확대한 점을 가지는 리스트를 리스트4로 만듭니다.

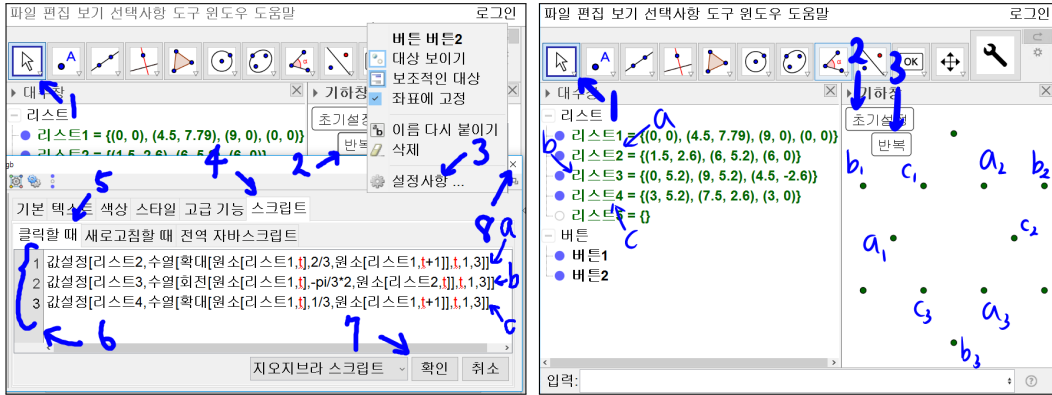
새로 쓰인 확대 명령은 다음과 같은 뜻입니다.

확대[A, r, (c, d)]	대상 A를 점 (c, d)를 기준으로 r배 확대한 대상
------------------	--------------------------------

사실 리스트1의 1번째와 2번째, 2번째와 3번째, 3번째와 4번째 점에 대하여서도 위와 같이 반복적으로 만들어서 리스트2, 리스트3, 리스트4에 차례대로 넣

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

어야 합니다. 일일이 명령어를 써서 만들 수 있지만, Geogebra는 자동적으로 이러한 작업을 할 수 있는 명령어를 제공합니다.



‘이동’ 도구를 선택합니다. 반복버튼에 마우스 포인터를 위치시켜 놓고 오른쪽 버튼을 클릭한 후 설정사항으로 들어갑니다. 스크립트 탭에서 ‘클릭할 때’ 탭을 선택합니다.

1번 줄 :

값설정[리스트2, 수열[확대[원소[리스트1, t], 2/3, 원소[리스트1, t + 1]], t, 1, 3]]

2번 줄 :

값설정[리스트3, 수열[회전[원소[리스트1, t], $-\pi/3 * 2$, 원소[리스트2, t]], t, 1, 3]]

3번 줄 :

값설정[리스트4, 수열[확대[원소[리스트1, t], 1/3, 원소[리스트1, t + 1]], t, 1, 3]]

을 클릭할 때의 1번 줄에서 3번 줄에 있던 명령어를 위와 같이 수정합니다. 모두 작성 후 확인을 누르고 설정사항 창을 닫습니다. 초기설정 버튼을 선택하고 반복버튼을 선택합니다. 그리고 각각의 명령어가 대수창의 리스트2, 리스트3, 리스트4, 리스트5를 다음과 같이 바꿀 것입니다.

1번 줄 :

값설정[리스트2, 수열[확대[원소[리스트1, t], 2/3, 원소[리스트1, t + 1]], t, 1, 3]]

→ 리스트2 = {(1.5, 2.6), (6, 5.2), (6, 0)}

2번 줄 :

값설정[리스트3, 수열[회전[원소[리스트1, t], $-\pi/3 * 2$, 원소[리스트2, t]], t, 1, 3]]

→ 리스트3 = {(0, 5.2), (9, 5.2), (4.5, -2.6)}

3번 줄 :

값설정[리스트4, 수열[확대[원소[리스트1, t], 1/3, 원소[리스트1, t + 1]], t, 1, 3]]

→ 리스트4 = {(3, 5.2), (7.5, 2.6), (3, 0)}

각각에 대하여 자세히 설명하기 전에 새로 쓰인 명령어를 먼저 소개하겠습니다.

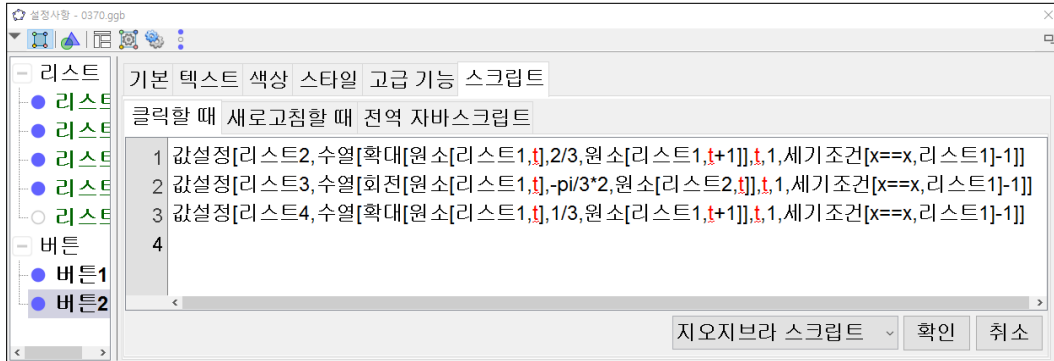
수열[A(t), t, m, n]	{A(m), A(m + 1), A(m + 2), ..., A(n)}를 나타냅니다.
-------------------	---

수열[확대[원소[리스트1, t], 2/3, 원소[리스트1, t + 1]], t, 1, 3] 은

{확대[원소[리스트1, 1], 2/3, 원소[리스트1, 2]],
 확대[원소[리스트1, 2], 2/3, 원소[리스트1, 3]],
 확대[원소[리스트1, 3], 2/3, 원소[리스트1, 4]]}

의 줄인 표현입니다. t, t + 1에서 t = 1 일 때 1, 2로 t = 2 일 때 2, 3으로 t = 3 일 때 3, 4로 각각이 변하여 위와 같은 리스트를 만들어 내는 것입니다. 나머지 2번 줄과 3번 줄의 명령어도 같은 경우입니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

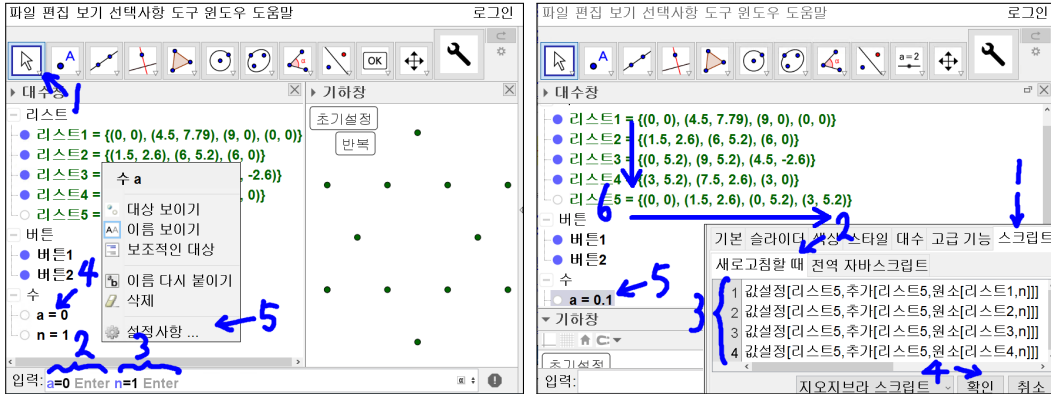


사실, 위와 같이 입력하기를 바랐지만, 너무 복잡할 것 같아서 나누어 입력합니다. 반복버튼에 위치시켜 놓고 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하고 설정사항으로 들어갑니다. 스크립트 탭의 ‘클릭할 때’ 탭을 선택합니다. 1, 2, 3번째 줄 명령어 입력한 것의 끝부분의 t, 1, 3]에서 3을 세기조건[x == x, 리스트1] - 1으로 바꿉니다. 각각에 대하여 자세히 설명하기 전에 새로 쓰인 명령어를 먼저 소개하겠습니다.

세기조건[조건(x), 리스트7]	리스트7의 원소 중 조건(x)를 만족하는 원소의 개수입니다.
-------------------	-----------------------------------

세기조건[x == x, 리스트1]은 리스트1의 원소 중 조건 $x == x$ (x와 x가 같다.)를 만족하는 원소의 개수입니다. 다시 말해서 리스트1의 원소의 개수 4를 나타냅니다.

이제 마지막 단계입니다. 리스트1은 현 단계의 코흐눈송이 도형의 둘레로 차례로 배열한 점의 리스트입니다. 리스트1, 리스트2, 리스트3, 리스트4에 있는 점들을 다 모으면 다음 단계의 코흐눈송이 도형의 점입니다. 이 점들을 재배열하여 다음 단계의 코흐눈송이 도형의 둘레로 차례로 배열한 점의 리스트5를 만들겠습니다.



입력창에 $a = 0$ 을 입력하고 [Enter]를 누릅니다. $n = 1$ 을 입력하고 [Enter]키를 누릅니다. 대수창에 수 $a = 0$, $n = 1$ 이 만들어집니다. 대수창에 수 $a = 0$ 에 마우스 포인터를 올려 놓고 오른쪽 버튼을 클릭하여 설정사항을 선택합니다. 설정사항 창이 나타나면 스크립트 탭에서 ‘새로고침할 때’탭을 선택합니다.

- 1번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트1, n]]]
- 2번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트2, n]]]
- 3번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트3, n]]]
- 4번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트4, n]]]

을 클릭할 때의 1번째 줄에서 4번째 줄에 명령어를 작성합니다. 확인을 선택하고 설정사항 창을 닫습니다. 대수창에 $a = 0$ 을 선택한 후 방향키를 누르면 a 의 값이 변합니다. 동시에 $\text{리스트5} = \{(0, 0), (1.5, 2.6), (0, 5.2), (3, 5.2)\}$ 로 리스트5가 변경되었습니다.

- 1번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트1, n]]]
- $\text{리스트5} = \{(0, 0)\}$
- 리스트1의 n 번째 원소를 리스트5에 추가시킨 리스트를 리스트5로 만듭니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

2번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트2, n]]]

→ 리스트5 = $\{(0, 0), (1.5, 2.6)\}$

리스트2의 n번째 원소를 리스트5에 추가시킨 리스트를 리스트5로 만든다.

3번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트3, n]]]

→ 리스트5 = $\{(0, 0), (1.5, 2.6), (0, 5.2)\}$

리스트3의 n번째 원소를 리스트5에 추가시킨 리스트를 리스트5로 만든다.

4번째 줄 : 값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트4, n]]]

→ 리스트5 = $\{(0, 0), (1.5, 2.6), (0, 5.2), (3, 5.2)\}$

리스트4의 n번째 원소를 리스트5에 추가시킨 리스트를 리스트5로 만든다.

각각에 대하여 자세히 설명하기 전에 새로 쓰인 명령어를 먼저 소개하겠습니다.

추가[리스트7, a]	리스트7의 마지막에 a를 추가하여 새로운 리스트를 만듭니다.
-------------	-----------------------------------

각각의 명령어가 실행되면서 리스트5에 리스트1에서 리스트4의 n번째 원소를 차례로 추가하게 됩니다. 여기서 지금 n이 1이므로 1번째 원소를 차례로 추가하게 된 것입니다.

The screenshot shows the GeoGebra script editor with the following script:

```

4 값설정[n,0]
5 반복[세기조건[x==x,리스트1]-1,값설정[n,n+1],값설정[a,0]]
6 값설정[리스트5,추가[리스트5,원소[리스트1,세기조건[x==x,리스트1]]]]
    
```

Blue annotations in the image include:

- Handwritten numbers 2, 3, 4, 5 above the list definitions in the left pane.
- Arrows pointing from these numbers to the corresponding list definitions.
- Handwritten numbers 2, 3, 4, 5 below the list 5 definition, with brackets indicating the sequence of elements added.
- A blue arrow pointing from the list 4 definition to the list 5 definition, indicating the source of the added element.

The list definitions shown are:

- 리스트1 = $\{(0, 0), (4.5, 7.79), (9, 0), (0, 0)\}$
- 리스트2 = $\{(1.5, 2.6), (6, 5.2), (6, 0)\}$
- 리스트3 = $\{(0, 5.2), (9, 5.2), (4.5, -2.6)\}$
- 리스트4 = $\{(3, 5.2), (7.5, 2.6), (3, 0)\}$
- 리스트5 = $\{(0, 0), (1.5, 2.6), (0, 5.2), (3, 5.2), (4.5, 7.79), (6, 5.2), (9, 5.2), (7.5, 2.6), (9, 0), (6, 0), (4.5, -2.6), (3, 0), (0, 0)\}$

반복 버튼의 스크립트 탭에서 ‘클릭할 때’탭에

4번째 줄 : 값설정[n, 0]

5번째 줄 : 반복[세기조건[x == x, 리스트1] - 1, 값설정[n, n + 1], 값설정[a, 0]]

6번째 줄 :

값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트1, 세기조건[x == x, 리스트1]]]]

을 입력합니다. 확인을 누르고 설정사항 창을 닫습니다. 초기설정을 누르고 반복버튼을 눌러봅니다. 리스트5가 변경되었습니다. 상당히 긴 줄입니다. 잘 보시면 리스트1에서 리스트4까지의 1번째 원소, 2번째 원소, 3번째 원소 그리고 리스트1의 마지막 원소가 차례대로 나열된 리스트로 변경되었을 것입니다.

4번째 줄 : 값설정[n, 0]

→ n = 0

n의 값을 0으로 만듭니다.

5번째 줄 : 반복[세기조건[x == x, 리스트1] - 1, 값설정[n, n + 1], 값설정[a, 0]]

→ 리스트1에서 리스트4까지의 1번째 원소, 2번째 원소, 3번째 원소를 나열한 리스트5를 만듭니다. n을 1을 증가시킨 후 a에 0을 새로 넣고 이 때 a의 스크립트 탭에서 ‘새로고침할 때’탭에 작성했던 명령어를 실행시키는 과정을 리스트1의 개수에서 1을 뺀 만큼 반복합니다.

6번째 줄 :

값설정[리스트5, 추가[리스트5, 원소[리스트1, 세기조건[x == x, 리스트1]]]]

→ 리스트5에 리스트1의 마지막 원소를 추가시킵니다.

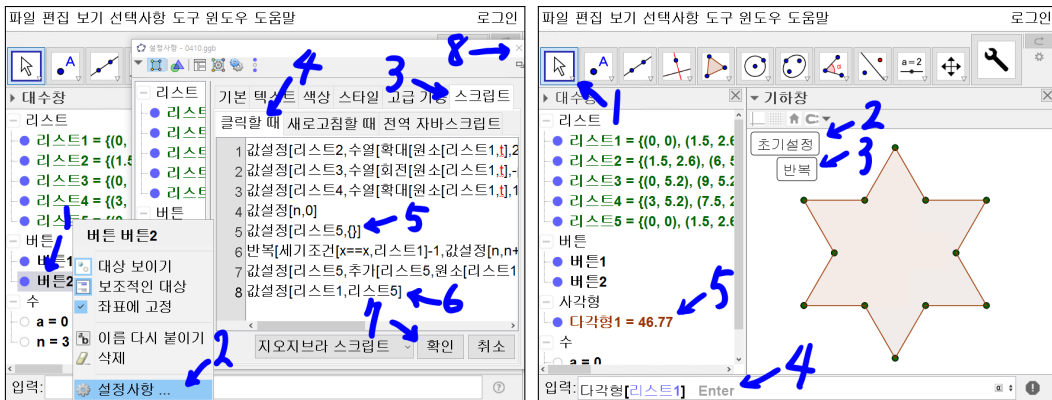
여기에 새로 쓰인 명령어는 반복입니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

반복[n, 명령어1, ..., 명령어m]	명령어1부터 명령어m까지 순서대로 n회 반복합니다.
------------------------	------------------------------

반복의 명령어가 실제로 어떻게 쓰였는지 위의 실행결과를 보면 이해할 수 있을 것입니다. 차분히 코드를 보셔야 할 것 같습니다.

그런데 여기서 초기설정 버튼을 누르지 않고 반복버튼을 누르면 위의 리스트5의 내용이 두 번 반복된 리스트5가 생깁니다. 이것을 방지하기 위해서는 리스트5를 초기화하여 빈 리스트로 만들어야 합니다. 또한 리스트5의 결과를 다시 리스트1에 반영해야 반복 버튼을 누르면 리스트5가 변하게 됩니다. 자 아래와 같이 마지막 단계를 해 보겠습니다.

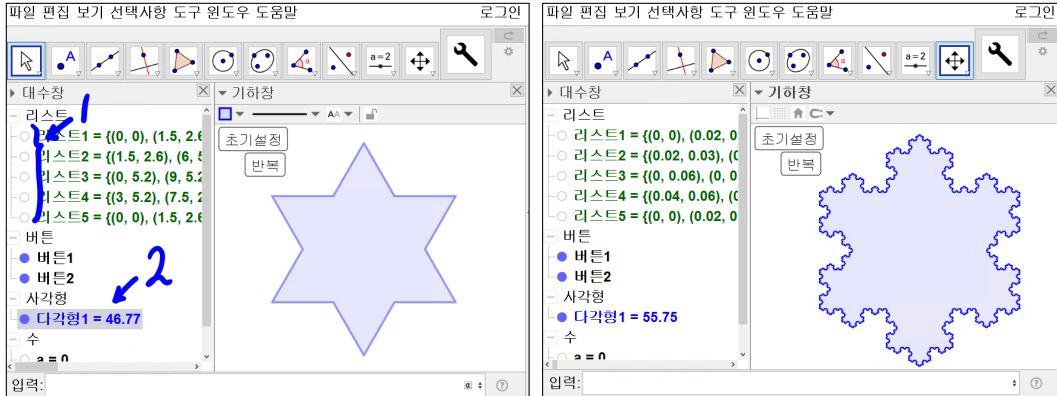


반복의 스트립트의 클릭할 때에 4번째 명령어의 끝에 커서를 옮겨놓고 [Enter] 키를 누릅니다. 5번째 줄이 빈 공간이 되고 기존 5번째 줄이 6번째 줄로 기존 6번째 줄이 7번째 줄로 바뀐 것을 보실 수 있습니다.

5번째 줄 : 값설정[리스트5, {}]

8번째 줄 : 값설정[리스트1, 리스트5]

을 입력합니다. 확인을 누르고 설정사항을 닫습니다. 초기설정 버튼과 반복버튼을 차례로 선택합니다. 입력 창에 다각형[리스트1]을 입력합니다.



리스트1부터 리스트5의 이름 앞쪽 동그라미를 비워지게 만듭니다. 참고로 마우스를 선택할 때마다 동그라미가 채워지고 비워지게 됩니다. 다각형1의 색상을 파란색으로 합니다.

초기설정 버튼을 누르고 반복을 누릅니다. 다시 반복을 누릅니다. 1단계의 코흐 눈송이가 2단계의 코흐 눈송이로 바뀝니다. 다시 반복 버튼을 누릅니다. 2단계의 코흐 눈송이가 3단계의 코흐 눈송이가 될 것입니다. 여기서 여러분의 코흐 눈송이를 저장해 놓으시기 바랍니다. 그리고 반복을 누릅니다. 결과가 점점 늦게 나올 것입니다. 그러다가 멈춰 버릴 것입니다. 아마도 리스트의 한계치에 도달했기 때문일 것입니다. 각 단계의 코흐 눈송이가 만들어지는 것입니다. 여기까지 따라와서 명령어들을 읽으시느라 고생 많이 하셨습니다. 앞에서도 말했지만, 프로그래밍 능력을 갖추고 있어야 이해가 바로 될 것입니다. 그렇다고 실망하지 마시기 바랍니다. 위의 과정대로 여러 번 해보시고 각각의 명령어의 뜻과 여기에 쓰인 명령어가 어떤 결과를 가져오게 되었는지 생각해 보시면 쉽게 프로그래밍을 이해하실 수 있을 것입니다.

찾아보기

값설정, 12, 13

기하창 이동, 6, 12

다각형, 7

반복, 24

반시계 방향, 4

버튼, 11

빈 리스트, 12

새 도구 만들기, 5

세기조건, 20

수열, 19

스크립트, 10

원소, 16

이름 보이기, 7, 9

자기복제 도형, 3

작게보기, 12

점으로부터 대상을 확대, 4

점을 중심으로 회전, 4

중점 또는 중심, 4

추가, 22

코흐 눈송이, 3

크게보기, 6, 12

클릭할 때, 15

프렉탈, 3


프로그래밍, 10

확대, 17

회전, 12, 13

그동안 했던 강의 자료 중 일부를 책으로 엮음.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>



수학교사와 학생을 위한
Geogebra와 수학의 시각화

한국고원대학교 융합교육연구소 추천 도서

수 학교 사 와 학 생 을 위 한

Geogebra 와 수학의 시각화

저자 민은기 | 이경수


Geogebra를
활용한 수업자료 제작과
수학문제 탐구활동

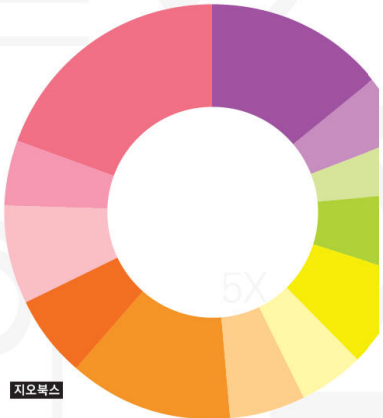
저자 민은기

강원대학교 사범대학 수학교육과를 졸업하고 POSTECH 수학과에서 석사학위를 받았습니다. 경선중학교, 문막중학교, 강원과학고등학교, 세종과학예술클럽학교에서 근무하였고 현재는 김해 삼정중학교에서 학생들을 지도하고 있습니다. 중학교, 과학고, 영재학교에서 학생들을 지도한 경험을 바탕으로 일급교사자격연수 및 영재인 등에서 수학자료 만들기에 대한 강의를 해왔습니다.

- 2017년 경남과학고등학교 수학과 현장연구 특강
- 2017년 세종청의과학캠프(수학)특강
- 2016년 강원도 중등 수학과 좋은 수업 만들기 직무연수 출강
- 2013년~2016년 강원도 중등수학자1급정교사 자격연수 출강
- 2014년~2015년 YSC 강원도청소년과학캠프 창의력 문제 출제 및 심사


지오박스





지오박스

T 02-2263-6414 F 02-2268-9481
www.emotionbooks.co.kr





<https://ggbm.at/gsARCQs5>

책자료실(지오지브라 튜브)

[참고]

[민은기 선생님의 수학자료실]

Homepage : <http://min7014.iptime.org>

Facebook Page : <https://www.facebook.com/mineungimath>

YouTube Channel : <https://goo.gl/JpzU5i>

[이경수 선생님 블로그]

<http://blog.naver.com/evening07>

[GeoGebra 5.0.363.0-3D (03 June 2017) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/YvjsCV> (From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/n69yE1> (From Google Drive)

[GeoGebra 5.0.462.0-d (02 May 2018) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/SsdFBd> (From Home Page)

Portable : <https://goo.gl/FxJxES>(From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/dqtbfk> (From Google Drive)

Portable : <https://goo.gl/zwundc>(From Google Drive)