
마지막 변경일 2018년 5월 15일

** 사이클로이드 **

Geogebra와 수학의 시각화 책의 5.2 소절 내용임.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>

가장 최근 파일은 링크를 누르면 받아 보실 수 있습니다.

<https://goo.gl/yxJSFK>

<http://min7014.iptime.org/math/2018051501.pdf>

자료의 수정이 필요한 부분이 있으면 언제든지

민은기 E-mail : min7014@nate.com

이경수 E-mail : ksteach81@gmail.com

으로 연락주시면 감사하겠습니다.

강의록을 보기전에 프로그램 설치를 반드시 읽어보시고 꼭 지오지브라 클래식 5를 설치하시기 바랍니다.

<https://goo.gl/wqwJ6v>

<http://min7014.iptime.org/math/2018011001.pdf>

* 주요변경내역 *

2017.06.24 Geogebra와 수학의 시각화 책에 엮어 출간.

5.2 사이클로이드 강의록: (From Homepage)<https://goo.gl/q9tXDv> (From Google Drive) <https://goo.gl/yxJSFK>

차례

차례	i
제 1 장 Geogebra를 활용한 방과후 활동	1
1.1 사이클로이드	3
1.1.1 x 축에 접하는 원 만들기	3
1.1.2 굴러가는 원 표현하기(1)	4
1.1.3 굴러가는 원 표현하기(2)	5
1.1.4 바퀴살 만들기(1)	6
1.1.5 바퀴살 만들기(2)	7
찾아보기	11

제 1 장

Geogebra를 활용한 방과후 활동

1.1 사이클로이드

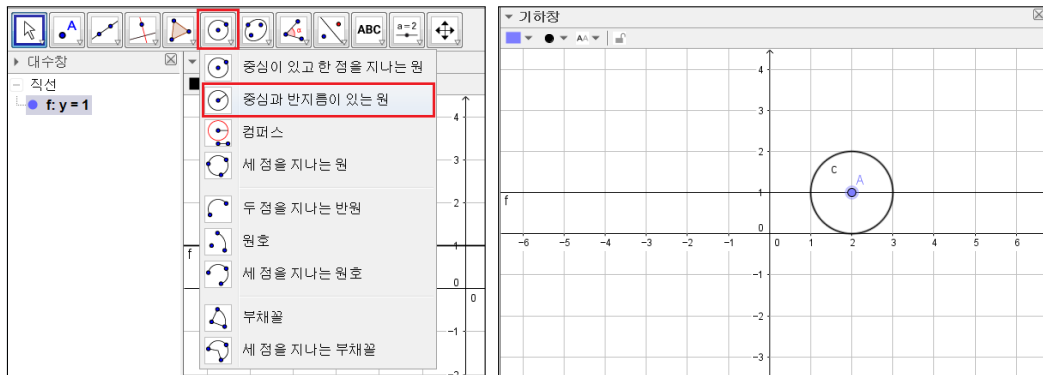
사이클로이드는 원이 직선 위를 굴러갈 때 원 위의 한 정점이 그리는 자취입니다. 사이클로이드는 같은 높이에서 가장 빠르게 내려올 수 있는 경로라 하여 최단강하곡선이라 불립니다. 실제로 하늘에서 지면에 있는 먹잇감을 빠르게 낚아채기 위해 매가 이동하는 경로라고 하며, 아이들이 즐겁게 노는 놀이터의 미끄럼틀도 사이클로이드로 만드는 경우가 있다고 합니다. 이번 장에서는 사이클로이드를 Geogebra를 이용하여 그려 보고자 합니다.

1.1.1 x 축에 접하는 원 만들기

x 축에 접하면서 굴러가는 원을 만들기 위해서 먼저 x 축에 접하는 원을 그려 보겠습니다. 원의 반지름을 1이라 한다면 중심은 항상 $y = 1$ 위에 있으므로 입력창에 다음을 입력하여 직선을 그려줍니다.

$y=1$

그리고 이어서 ‘중심과 반지름이 있는 원’ 도구를 이용하여 중심이 $y = 1$ 위에 있고 반지름이 1인 원을 그려줍니다.

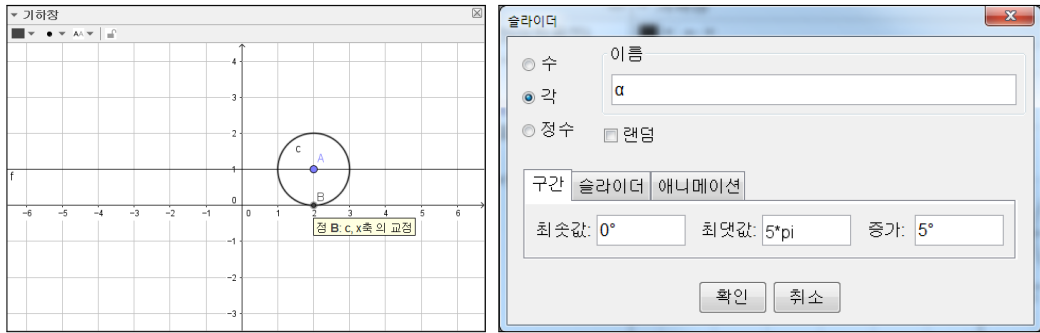


제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

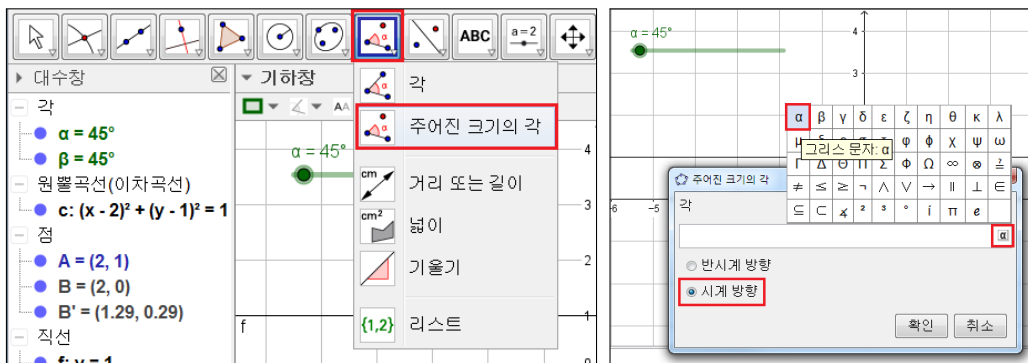
이제 원의 중심을 잡고 움직여 보면 원이 항상 x 축에 접하면서 움직이는 것을 볼 수 있습니다.

1.1.2 굴러가는 원 표현하기(1)

이제 x 축 위를 굴러가는 원을 표현해 보도록 하겠습니다. 우선 ‘교점’ 도구를 이용하여 축과 원의 교점을 찍습니다. 점 B가 생성되었습니다. 이 점을 기준으로 원의 둘레를 회전하는 점을 표현할 것입니다. 아래와 같이 최솟값을 0, 최댓값을 5π 로 하는 각 형식의 슬라이더를 생성합니다.



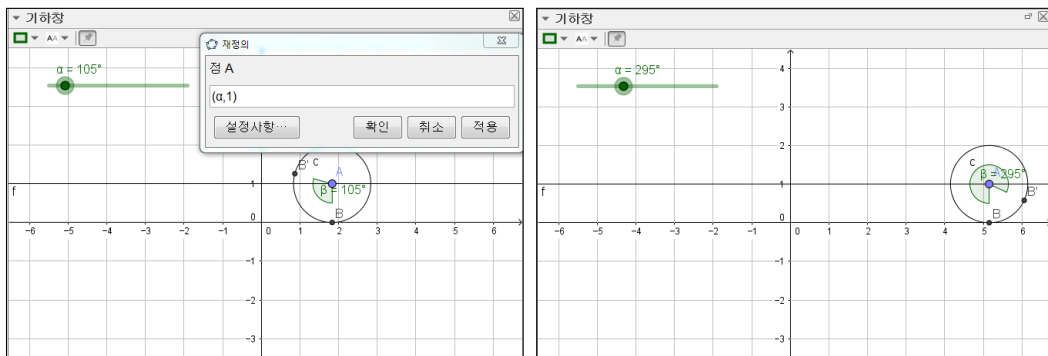
‘주어진 크기의 각’ 을 선택하여 점 B와 점 A의 순서로 클릭해 주면 각을 설정하는 창이 나타납니다. 슬라이더의 값인 α 를 입력하고, 시계방향을 선택합니다. 이는 점 B를 점 A를 기준으로 α 만큼 시계방향으로 회전하라는 것입니다.



그러면 점 B'이 해당 각만큼 회전된 위치에 생성되며, 슬라이더를 움직이면 점 B'도 함께 움직이게 됩니다. 다음 절에서는 α 가 커짐에 따라 원이 앞으로 나아가는 것을 표현해 보도록 하겠습니다.

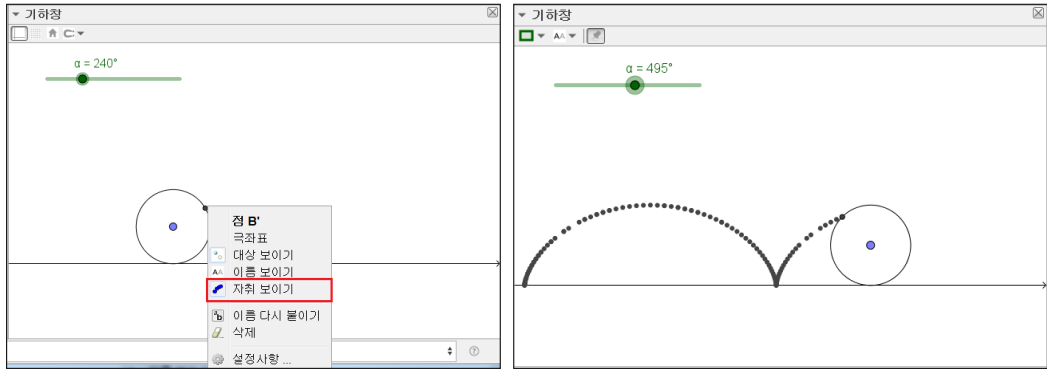
1.1.3 굴러가는 원 표현하기(2)

앞 절에서 원 위를 회전하는 점을 만들어 보았습니다. 이제 슬라이더가 움직일 때, 원이 앞으로 나아가면 마치 원이 굴러가는 것처럼 보이게 될 것입니다. 그러면 점 B'이 점 B를 출발하여 α 만큼 회전했을 때, 원은 얼마나 앞으로 나아가야 하는 걸까요? 반지름이 1이므로 B'이 α 만큼 회전할 때, 원도 α 만큼 앞으로 나아가야 합니다. (호도법의 정의) 즉, 처음에 원의 중심이 $(0, 1)$ 이었다면 $\angle BAB' = \alpha$ 일 때, 원의 중심의 위치는 $(\alpha, 1)$ 이 됩니다. 따라서 점 A의 좌표는 $(\alpha, 1)$ 이 됩니다. 그러면 점 A를 두 번 클릭하여 $(\alpha, 1)$ 로 재정의 하겠습니다.



슬라이더를 움직여보면 원이 앞으로 나아가는 것을 볼 수 있습니다. 그리고 더 이상 원의 중심이 $y = 1$ 에 의존하지 않으므로 직선 $y = 1$ 은 삭제합니다. 그리고 아래 왼쪽 그림과 같이 원, 원의 중심, 점 B' 그리고 x 축 이외의 모든 대상을 보이지 않게 처리합니다. 점 B'을 오른쪽 마우스로 클릭하여 자취 보이기를 선택하고 슬라이더를 움직여주면 아래 오른쪽 그림과 같이 사이클로이드 곡선이

그려지게 됩니다.



1.1.4 바퀴살 만들기(1)

바퀴살을 만들어 보겠습니다. 점 B'을 점 A를 기준으로 $\frac{\pi}{6}$ 만큼 회전하기 위해 아래와 같은 명령어를 입력창에 입력해 줍니다.

```
회전[B',pi/6,A]
```

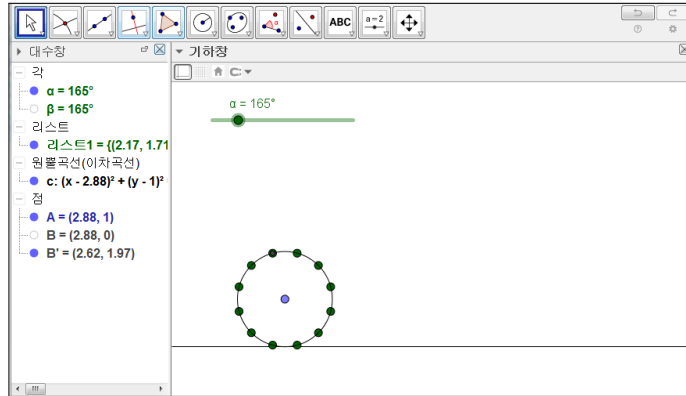
※회전[<대상>,<각>,<회전축>]

이렇게 $\frac{\pi}{6}$ 씩 회전하면서 12개의 점들을 찍어야 하는데, 이 때 수열 명령어를 활용하면 12개의 점들을 한 번에 찍을 수 있습니다. B''을 두 번 클릭하여 다음과 같이 재정의해 줍니다.

```
수열[회전[B',(pi/6)*t,A],t,1,12]
```

※수열[<표현식>,<변수>,<처음값>,<끝값>]

이는 표현식의 변수 t에 1부터 12까지를 넣으라는 의미가 되므로 아래와 같이 12개의 점들이 $\frac{\pi}{6}$ 간격으로 찍히게 됩니다.

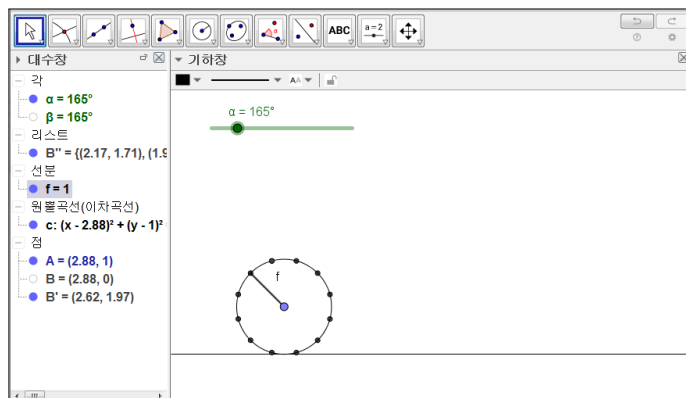


슬라이더를 움직여보면 12개의 점들이 함께 회전함을 확인할 수 있습니다. 이는 12개의 점들이 모두 점 B'에 의해 정의된 점들이기 때문입니다.

1.1.5 바퀴살 만들기(2)

점 A와 B''의 각 점들을 선분으로 연결하면 바퀴살이 만들어 질 것입니다. 입력창에 다음과 같이 입력합니다. 아래 왼쪽 그림과 같이 점 A와 B''의 한 점을 잇는 선분이 그려졌음을 볼 수 있습니다. 슬라이더를 이용하여 원을 굴려보면 이 선분도 함께 회전하게 됩니다.

```
선분[A,원소[B'',1]]
```

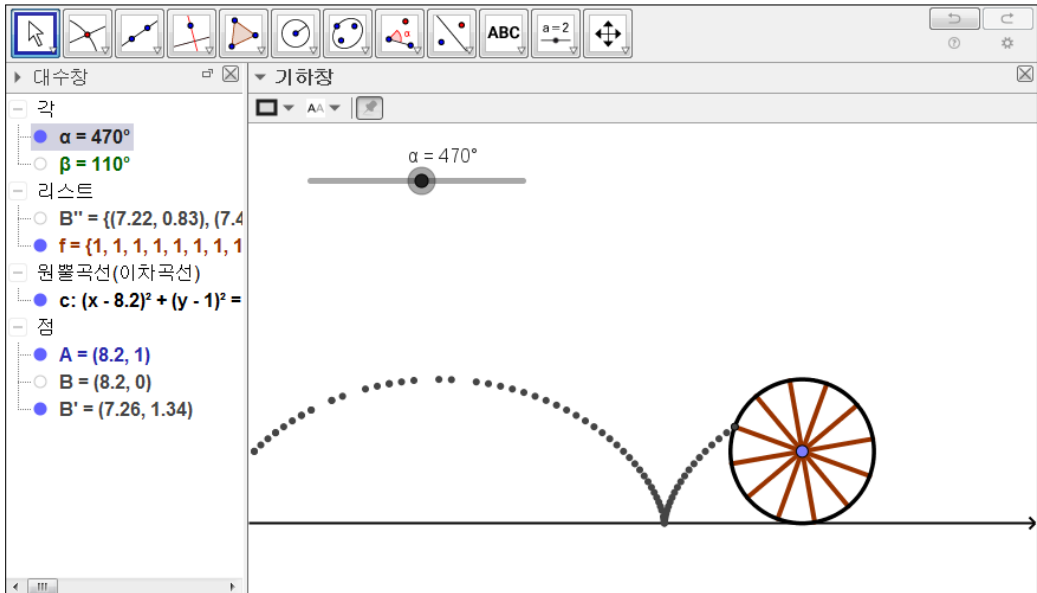


제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 방과후 활동

이제 나머지 바퀴살들도 만들어 보도록 하겠습니다. 원주 위에 12개의 점들을 찍을 때와 마찬가지로 ‘수열’ 명령어를 활용하면 반복된 작업을 줄일 수 있습니다. 위에서 만든 선분을 두 번 클릭하여 다음과 같이 재정의해 줍니다.

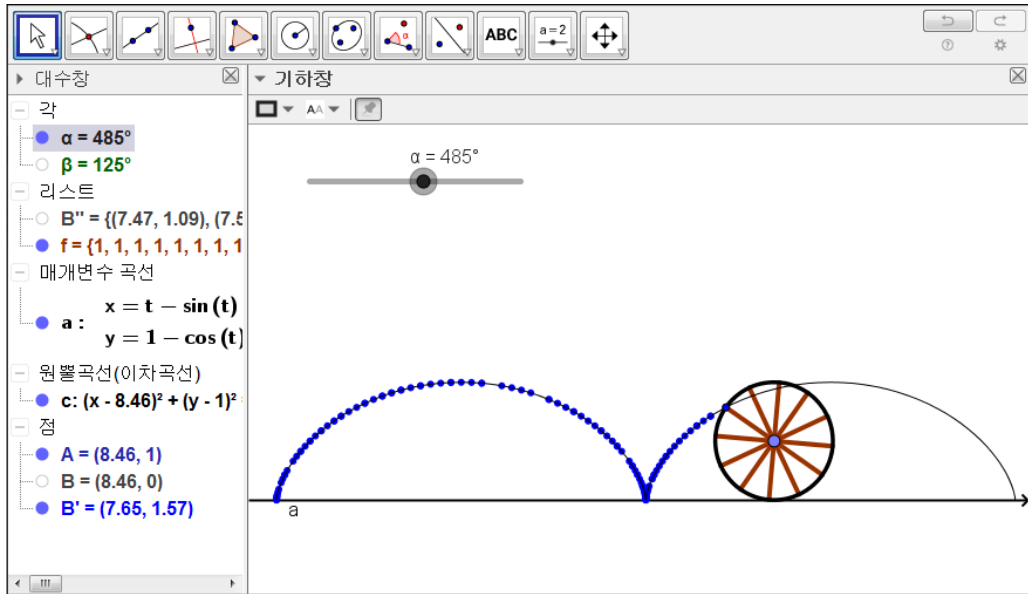
수열[선분[A,원소[B'',t]],t,1,12]

그러면 반복 작업을 하지 않고도 모든 바퀴살을 그릴 수 있게 됩니다. 마지막으로 바퀴 위의 점들을 보이지 않게 설정하고 원과 바퀴살의 두께 등을 적당히 설정해 주면 아래 그림과 같이 조금 더 완성된 형태의 자료가 만들어 집니다.



참고로 사이클로이드의 매개변수 표현은 $(r(t-\sin(t)), r(1-\cos(t)))$ 입니다. 입력 창에 다음과 같이 입력하여 $r=1$ 일 때의 사이클로이드를 그려보며 이번 장을 마치겠습니다.

곡선[t-sin(t), 1-cos(t),t,0,4*pi]



찾아보기

사이클로이드, 3

수열, 6

주어진 크기의 각, 4


중심과 반지름이 있는 원, 3

최단강하곡선, 3

회전, 6

그동안 했던 강의 자료 중 일부를 책으로 엮음.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>



한국교원대학교 융합교육연구소 추천 도서

수 학교 사 와 학 생 을 위 한

Geogebra 와

수학의 시각화

저자 민은기 | 이경수

지자 민은기

강원대학교 사범대학 수학교육과를 졸업하고 POSTECH 수학 과에서 석사학위를 받았습니다. 정선중학교, 문막중학교, 강원 과학고등학교, 세종과학예술영재학교에서 근무하였고 현재는 김해 삼정중학교에서 학생들을 지도하고 있습니다. 중학교, 과 학교, 영재학교에서 학생들을 지도한 경험을 바탕으로 일급경 교사자격연수 및 영재원 등에서 수학자료 만들기에 대한 강의를 해왔습니다.


- 2017년 경남과학고등학교 수학과 현장연구 특강
- 2017년 세종창의과학캠프(수학)특강
- 2016년 강원도 중등 수학과 좋은 수업 만들기 직무연수 출강
- 2013년-2016년 강원도 중등수학과(급)경교사 자격연수 출강
- 2014년-2015년 YSC 강원도청소년과학캠프 창의력 문제 출 제 및 심사

지자 이경수

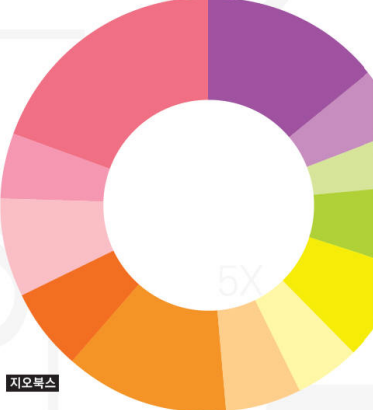
강원대학교 사범대학 수학교육과를 졸업한 후 학교현장에서 즐 겨운 수학교육을 만들거자 노력하고 있습니다. 프로그래밍에 종 미가 있어 Geogebra, SageMath 등의 소프트웨어로 수업자료를 만드는 활동을 즐겨하고 있으며 이를 수업에 효율적으로 적용할 수 있는 방법을 고민하고 있습니다. 특히, 통제관련 시뮬레이션 자료를 제작하는 활동에 관심이 많습니다.

- 2017년 현재 원주여자고등학교 재직 중
- 2015년-2017년 단위학교 맞춤형 직무연수 출강
- 2016년 교육부 중앙교육연수원 (융합과 미래) 콘텐츠 개발
- 2016년 강원도 중등 수학과 좋은 수업 만들기 직무연수 출강
- 2013년-2016년 강원도 중등수학과(급)경교사 자격연수 출강
- 2015년-2016년 YSC 강원도청소년과학캠프 창의력 문제 출 제 및 심사

Geogebra를
활용한 수업자료 제작과
수학문제 탐구활동




지오북스



지오북스

지오북스

T. 02-2263-6414 F. 02-2268-9481
www.emotionbooks.co.kr



<https://ggbm.at/gsARCQs5>

책자료실(지오지브라 튜브)

12

[참고]

[민은기 선생님의 수학자료실]

Homepage : <http://min7014.iptime.org>

Facebook Page : <https://www.facebook.com/mineungimath>

YouTube Channel : <https://goo.gl/JpzU5i>

[이경수 선생님 블로그]

<http://blog.naver.com/evening07>

[GeoGebra 5.0.363.0-3D (03 June 2017) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/YvjsCV> (From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/n69yE1> (From Google Drive)

[GeoGebra 5.0.462.0-d (02 May 2018) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/SsdFBd> (From Home Page)

Portable : <https://goo.gl/FxJxES>(From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/dqtbfk> (From Google Drive)

Portable : <https://goo.gl/zwundc>(From Google Drive)