
마지막 변경일 2018년 5월 7일

** 예각에 대한 사인법칙 **

Geogebra와 수학의 시각화 책의 2.1소절 내용임.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>

가장 최근 파일은 링크를 누르면 받아 보실 수 있습니다.

<https://goo.gl/3B4nMD>

<http://min7014.iptime.org/math/2018010101.pdf>

자료의 수정이 필요한 부분이 있으면 언제든지

민은기 E-mail : min7014@nate.com

이경수 E-mail : ksteach81@gmail.com

으로 연락주시면 감사하겠습니다.

강의록을 보기전에 프로그램 설치를 반드시 읽어보시고 꼭 지오지브라 클래식 5를 설치하시기 바랍니다.

<https://goo.gl/wqwJ6v>

<http://min7014.iptime.org/math/2018011001.pdf>

* 주요변경내역 *

2018.05.07 마우스 버튼 누르는 것에 대하여 왼쪽 마우스를 클릭, 오른쪽 마우스를 클릭 으로 모두 수정함.

2018.01.01 삼각형의 점 A와 각 A를 구별하여 수정함.

2017.06.24 Geogebra와 수학의 시각화 책에 엮어 출간.

차 례

차 례	i
제 1 장 Geogebra를 활용한 기하와 함수	1
1.1 예각에 대한 사인법칙	3
1.1.1 Geogebra로 수업자료 만들기	3
1.1.2 Geogebra 자료를 PDF 문서로 만들기	16
찾아보기	19

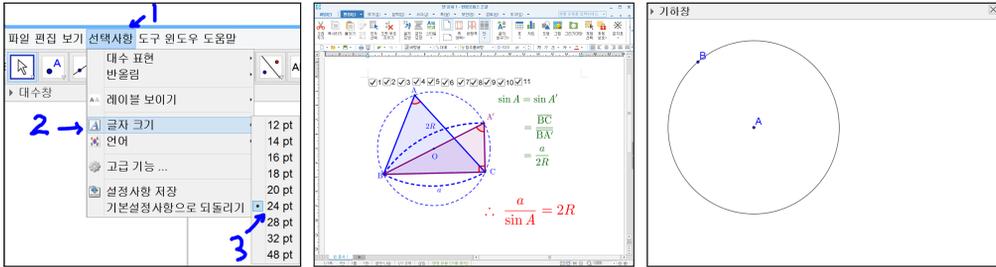
제 1 장

Geogebra를 활용한 기하와 함수

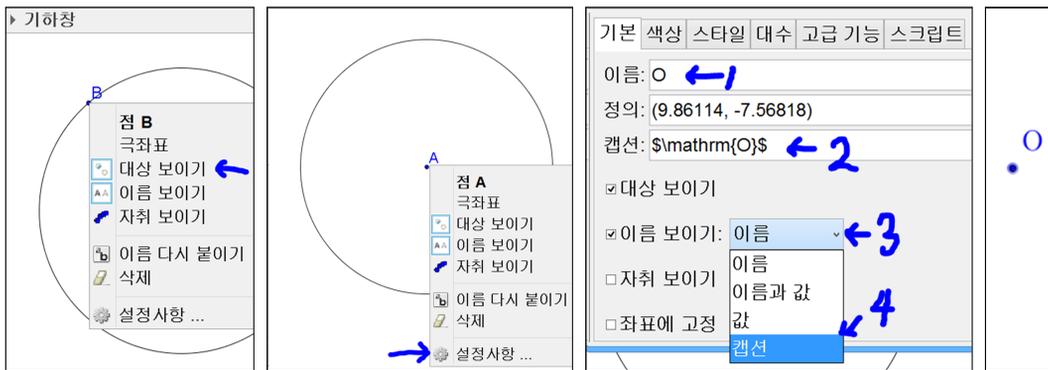
1.1 예각에 대한 사인법칙

1.1.1 Geogebra로 수업자료 만들기

사인법칙 수업자료를 Geogebra를 사용하여 만들어 보겠습니다.



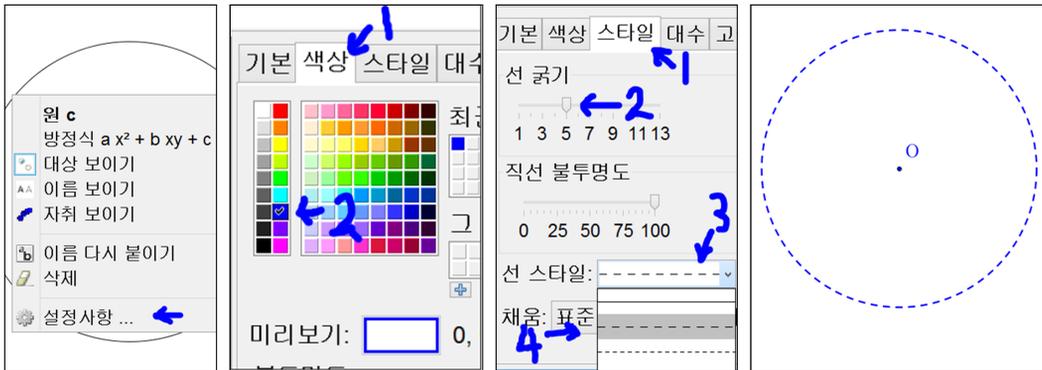
기하창에 격자와 좌표축을 보이지 않게 합니다. Geogebra 창에서 맨 위쪽 항목에 선택사항, 글자 크기, 24 pt를 차례대로 선택합니다. ‘중심이 있고 한 점을 지나는 원’ 도구를 선택하고 중심이 될 위치를 선택하고 적당한 거리를 띄워 원 위의 한 점이 될 위치를 선택하면 원이 작도됩니다.



점 B에 오른쪽 마우스를 클릭하고 대상 보이기를 선택하면 점 B가 화면에서 사라집니다. 또 점 A에 오른쪽 마우스를 클릭하고, 설정사항을 선택하여 이름에 O, 캡션에는 O 를 입력합니다. 이름 보이기의 리스트 박스를 선택하여 캡션을 선택하면 점 A가 로마체 점 O로 바뀌게 됩니다. 설정사항 창을 설명하겠습니다. 이름은 대상의 실제 이름입니다. 캡션은 별명이라고 생각

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

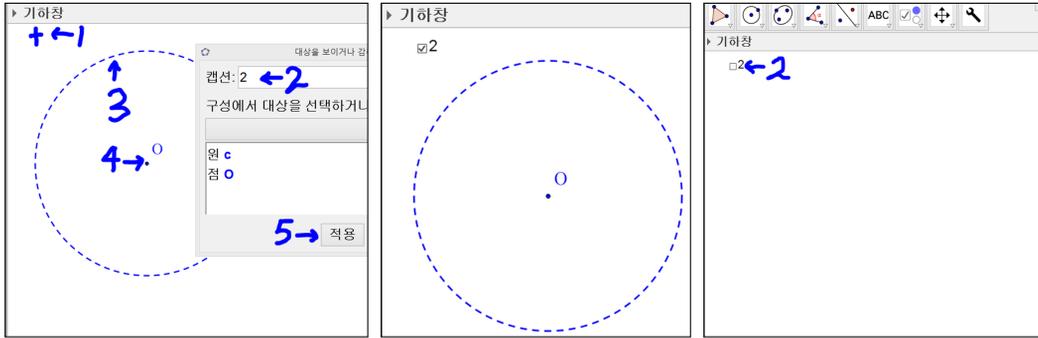
하면 됩니다. 또한 캡션에 넣은 O 은 TeX에서 쓰는 수식입니다. 이름 보이기는 표시할 대상에 대한 이름, 이름과 값, 값 또는 캡션을 표시할지 정하는 부분입니다. TeX을 어렵게 생각할 필요는 없습니다. 단지 한글에서 쓰는 수식에서 ‘\’만 추가됐다고 생각하면 됩니다. 또 수식의 시작과 끝이 ‘\$’로 되어 있습니다. 정의는 말 그대로 대상을 정의하는 부분입니다. 정의가 좌표인 경우 좌표를 바꾸면, 대상의 좌표도 바뀝니다. 정의에 해당하는 부분에 쓰이는 정의는 자동으로 만들어 주기 때문에 다 외울 필요는 없습니다. 심도 있는 Geogebra의 사용을 위해서 나중에 이 부분도 고치게 될 것입니다.



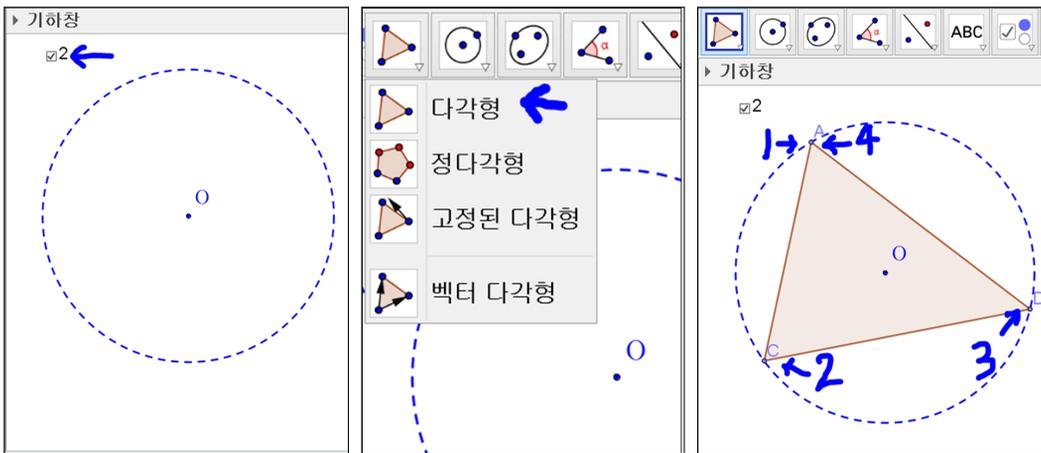
마우스를 원에 위치시키고 오른쪽 마우스를 클릭하고 설정사항을 선택합니다. 색상을 선택하고 파란색을 선택합니다. 스타일을 선택하고 선 굵기를 5로 합니다. 선 스타일을 선택하고 조금 간격이 있는 점선으로 합니다. 원이 점선으로 표시되는 것이 보여집니다.



‘대상을 보이거나 감추기 위한 체크상자’ 도구를 선택합니다.



기하창의 왼쪽 상단 십자표시한 부분을 선택하면 대상을 보이거나 감추기 위한 체크상자 세부설정이 나옵니다. 캡션에 2를 쓰고 원과 원의 중심 O를 선택한 후 적용을 누릅니다. 2가 쓰여 있는 체크상자가 나타납니다. 체크가 없어지면 원과 원의 중심이 사라지는 것을 볼 수 있습니다.



체크상자 2를 체크합니다. ‘다각형’ 도구를 선택합니다. 원에 커서를 올리고 원이 진해질 때, 세 점을 차례로 찍고 다시 처음 찍었던 점을 선택하면 삼각형이 만들어집니다.

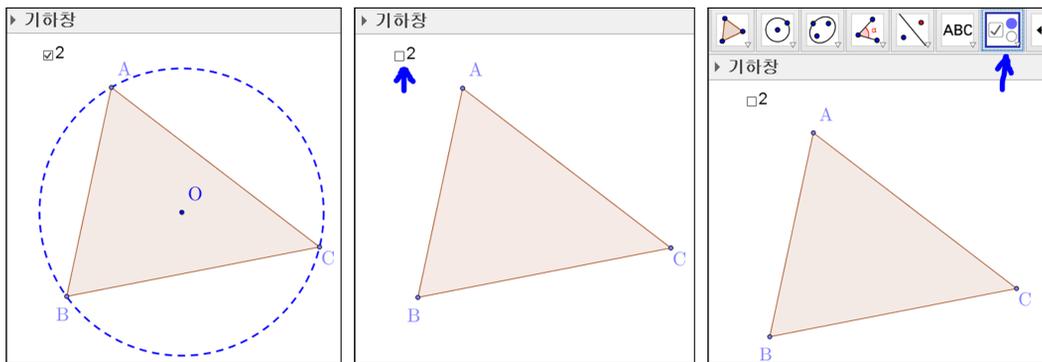
제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

기본	색상	스타일	대수	고급	기능	스크립트
이름: A						
정의: 점[c]						
캡션: A						
<input checked="" type="checkbox"/> 대상 보이기						
<input checked="" type="checkbox"/> 이름 보이기: 캡션						
<input type="checkbox"/> 자취 보이기						

기본	색상	스타일	대수	고급	기능	스크립트
이름: B						
정의: 점[c]						
캡션: B						
<input checked="" type="checkbox"/> 대상 보이기						
<input checked="" type="checkbox"/> 이름 보이기: 캡션						
<input type="checkbox"/> 자취 보이기						

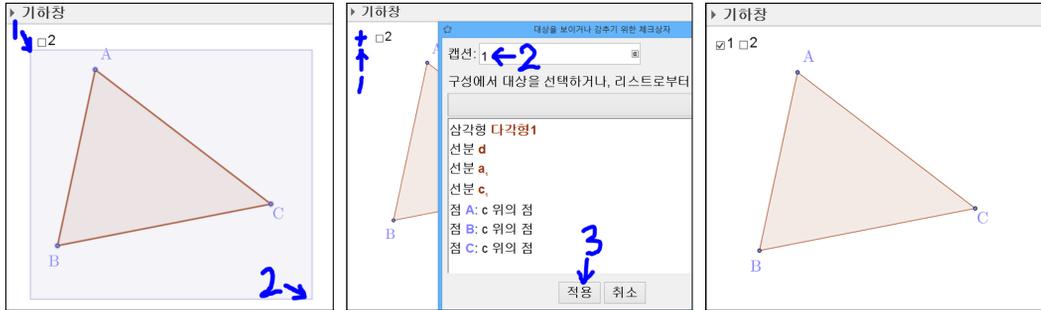
기본	색상	스타일	대수	고급	기능	스크립트
이름: C						
정의: 점[c]						
캡션: C						
<input checked="" type="checkbox"/> 대상 보이기						
<input checked="" type="checkbox"/> 이름 보이기: 캡션						
<input type="checkbox"/> 자취 보이기						

각각의 점 A, 점 C, 점 D의 설정의 기본에서 점 A의 캡션을 A 로, 점 C의 이름을 B로 캡션을 B 로, 점 D의 이름을 C로 캡션을 C 로 입력하여 점의 이름과 캡션을 바꿉니다. 그리고 이름 보이기 에 리스트 박스를 캡션으로 선택하면 수식에서 쓰는 로만체로 바뀌는 것을 볼 수 있습니다.

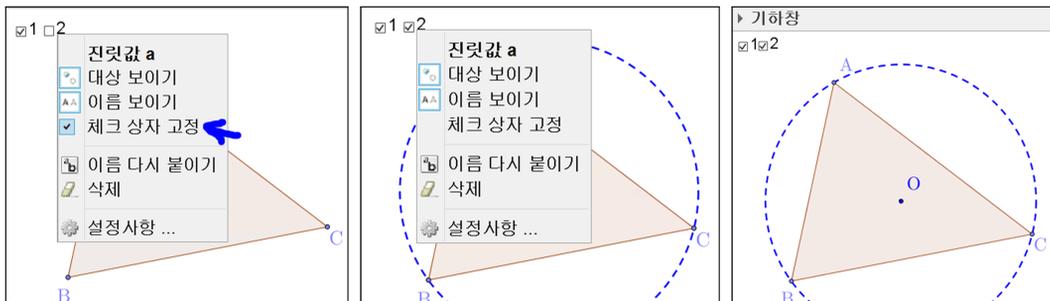


점의 이름이 삼각형이나 원에 가려지지 않도록 적당히 위치시킵니다. 체크상자 2를 선택하여 일단 원을 보이지 않게 합니다. ‘대상을 보이거나 감추기 위한 체크상자’ 도구를 선택합니다.

예각에 대한 사인법칙

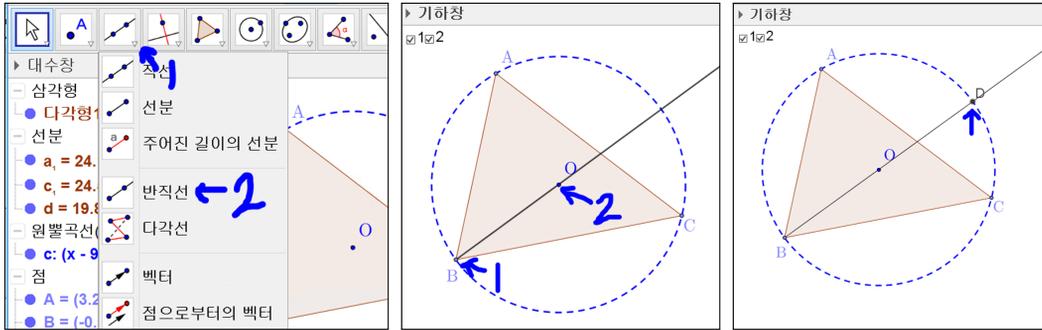


이번에는 왼쪽 마우스를 클릭한 상태로 드래그를 해서 삼각형 ABC를 선택합니다. 왼쪽 상단 십자 표시한 곳을 선택하면 대상을 보이거나 감추기 위한 체크상자창이 나타나고 삼각형을 구성하는 요소가 이미 선택된 상태로 나옵니다. 캡션에 1을 쓰고 적용을 누르면 기하창에 체크상자 1이 보입니다.

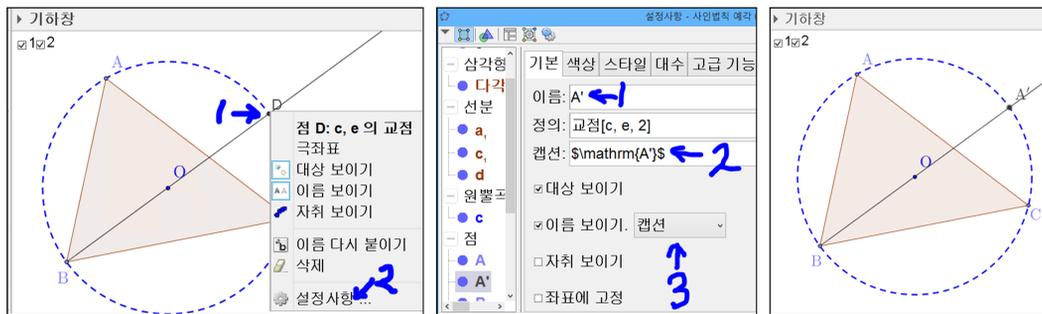


체크상자를 이동하려면 체크상자에서 오른쪽 마우스를 클릭하여 메뉴가 나오면 체크 상자 고정을 선택하여 체크 상자 고정의 체크를 해제 합니다. 그리고 체크상자를 원하는 위치에 위치해 놓습니다. 또는 오른쪽 마우스를 클릭한 상태로 원하는 위치에 드래그해서 옮겨놓으면 됩니다.

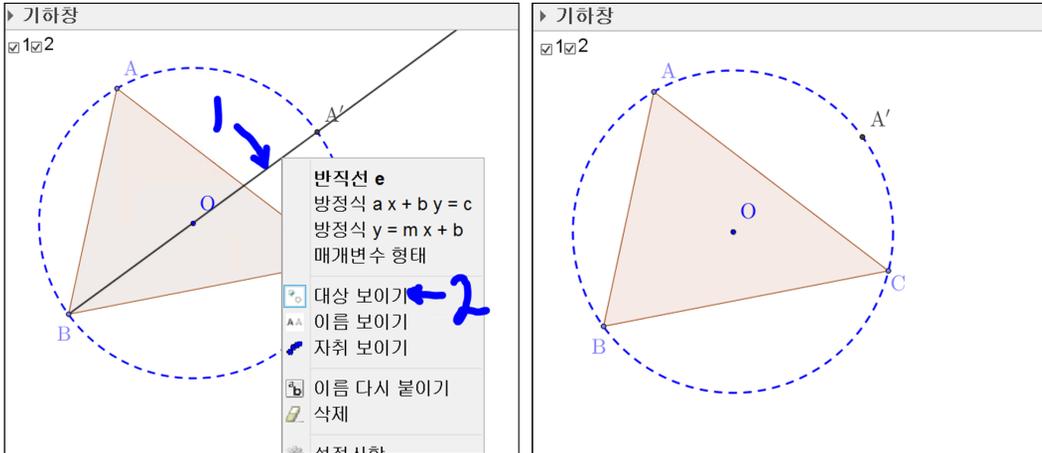
제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수



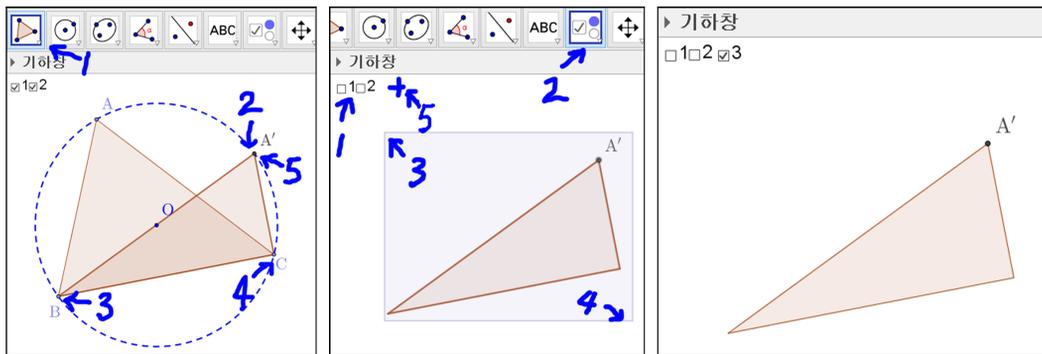
‘반직선’ 도구를 선택합니다. 점 B를 선택하고 점 O를 선택하면 반직선이 그려집니다. ‘점’ 도구를 선택한 후에 원과 반직선의 교차하는 부분에 마우스를 위치시키고 원과 반직선이 동시에 진해질 때 교차하는 부분을 선택합니다. 점 D가 표시됩니다.



점 D에 오른쪽 마우스를 클릭하고 설정사항을 선택합니다. 기본에 이름을 A'로 바꾸고 캡션에 A 를 입력하고 이름 보이기를 캡션으로 선택해 놓습니다. 기하창의 점 D가 점 A'으로 바뀌었습니다.

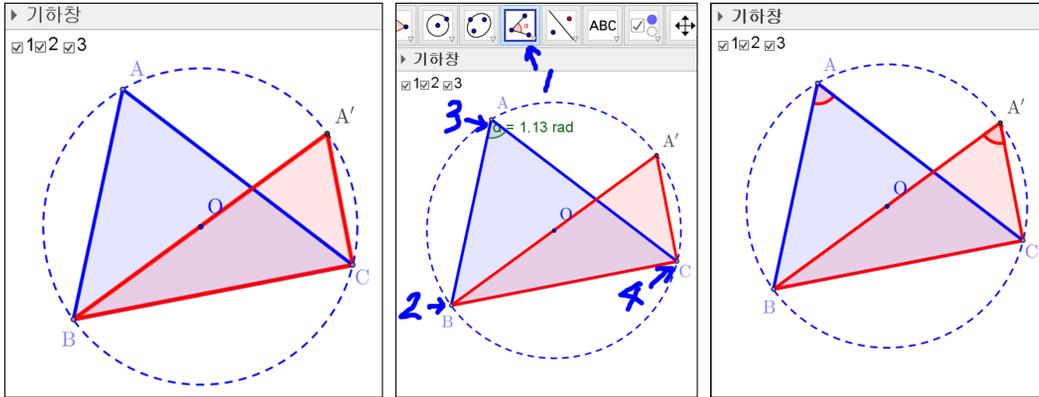


점 A'를 찍기 위해서 반직선을 그린 것이므로 반직선에 마우스를 위치시키고 오른쪽 마우스를 클릭한 후 대상 보이기를 선택하여 반직선을 보이지 않게 합니다.

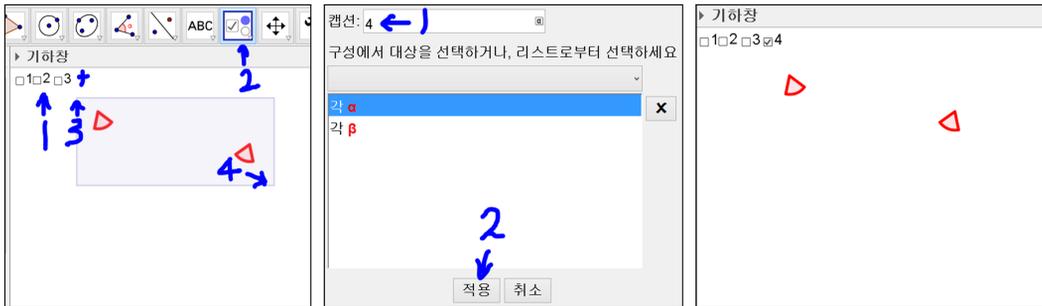


‘다각형’ 도구를 사용하여 삼각형 A'BC를 만듭니다. 체크상자 1, 2를 체크하여 체크를 보이지 않게 하고 ‘대상을 보이거나 감추기 위한 체크상자’ 도구를 사용하여 삼각형 A'BC에 대한 체크상자 3을 만듭니다.

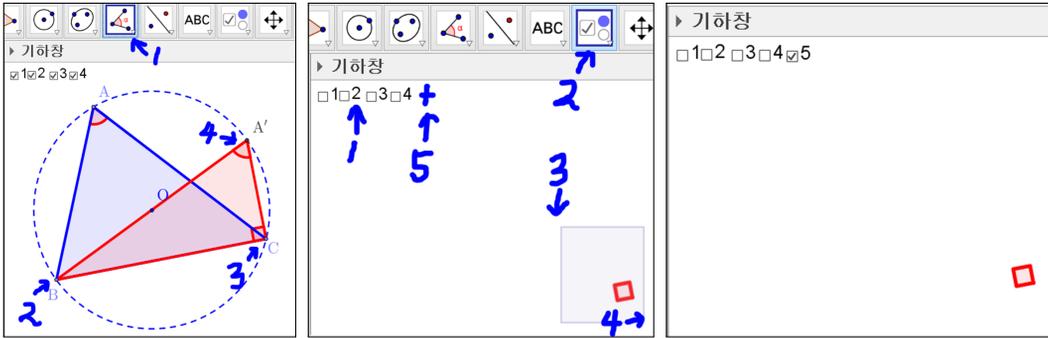
제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수



1, 2를 다시 체크합니다. 똑같은 색의 삼각형이 두 개 생겼습니다. 삼각형 ABC는 파란색으로 하고 삼각형 A'BC는 자주색으로 만들고 선의 굵기를 9로 바꿉니다. '각' 도구를 선택합니다. 차례로 점 B, 점 A, 점 C를 선택하면 각 A가 그려집니다. 각을 만들 때 선택 순서를 꼭 지켜야 합니다. 차례로 점 C, 점 A, 점 B를 선택하면 둔각쪽 각이 그려집니다. 항상 반시계 방향으로 각이 그려진다고 생각하면 됩니다. 같은 방법으로 각 A'를 생성합니다. 각의 색은 빨간색으로 합니다. 각의 이름을 보이지 않게 합니다.



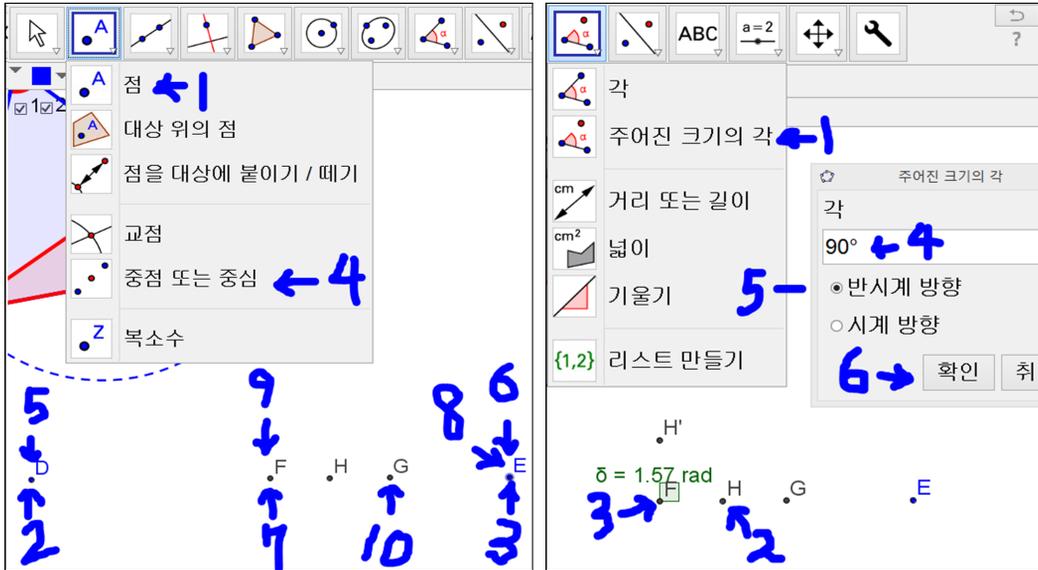
체크상자 1, 2, 3의 체크를 보이지 않게 하고 두 개의 각에 대한 체크상자 4를 만듭니다.



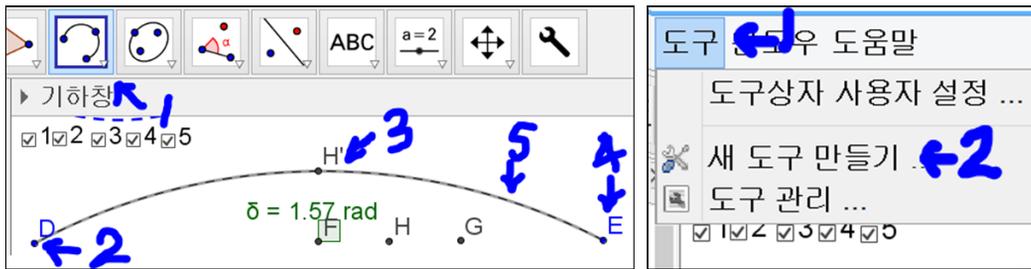
‘각’ 도구를 선택하여 각 $A'CB$ 를 만듭니다. 자동으로 직각의 경우 직각 표시가 됩니다. 체크상자 1, 2, 3, 4의 체크를 보이지 않게 하고, 직각에 대한 체크상자 5를 만듭니다.

도형에 관련된 문제를 낼 때에는 선분의 길이를 점선으로 표현해야 하는 경우가 많이 있습니다. Geogebra에서는 길이를 점선으로 표현하는 도구는 별도로 없습니다. 하지만 원호를 응용하여 선분의 길이를 표현할 수 있습니다. 그러나 여러 단계를 거쳐서 그림을 그려야 하는 불편함이 있습니다. 그런데 이러한 불편함을 보완하는 기능이 있습니다. 바로 도구를 만들 수 있는 기능입니다. 지금부터 길이를 나타내는 도구를 만들어 보겠습니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

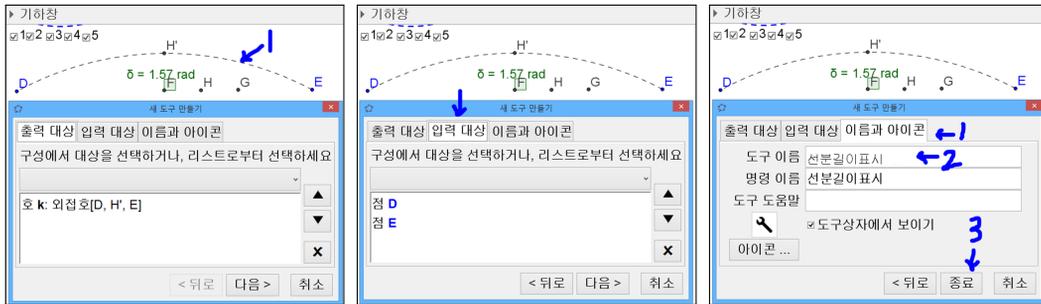


‘점’ 도구를 사용하여 점 D와 점 E를 그려줍니다. ‘중점 또는 중심’ 도구를 사용하여 차례로 점 D와 점 E를 선택하여 점 F를 작도합니다. ‘중점 또는 중심’ 도구를 사용하여 차례로 점 F와 점 E를 선택하여 점 G를 작도합니다. ‘중점 또는 중심’ 도구를 사용하여 차례로 점 F와 점 G를 선택하여 점 H를 작도합니다. ‘주어진 크기의 각’ 도구를 선택하고 차례로 점 H와 점 F를 선택합니다. 주어진 크기의 각이란 상자가 만들어지면 90°를 입력합니다. °(도)표시를 지우면 안 됩니다. 90으로 입력하면 90 라디안으로 인식합니다. 반시계 방향을 선택하고 확인을 선택하여 점 H'를 작도합니다.

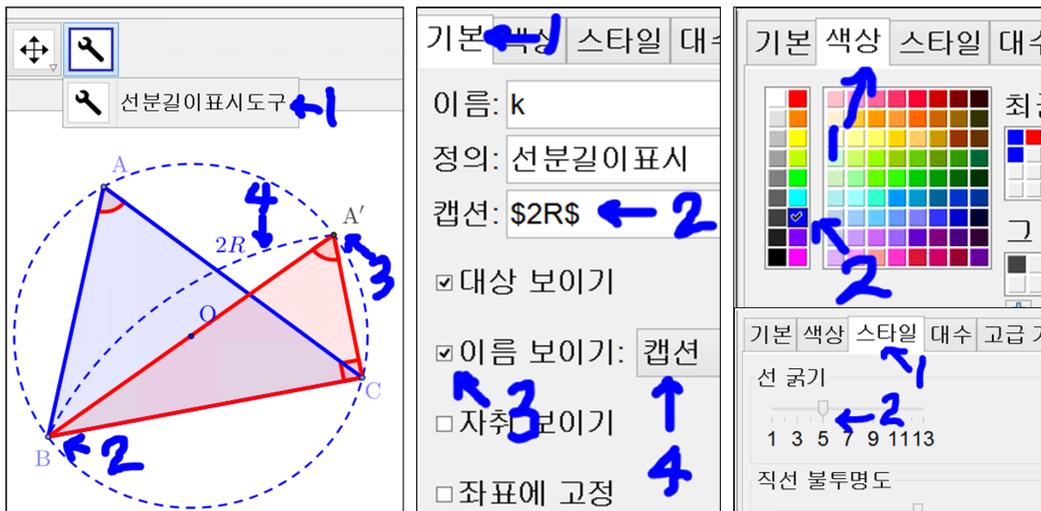


‘세 점을 지나는 원호’ 도구를 선택하고 차례로 점 D, 점 H, 점 E를 선택하여

호 DH'E를 만들고, 호 DH'E를 점선으로 만듭니다. 도구를 선택하고 새 도구 만들기를 선택합니다.

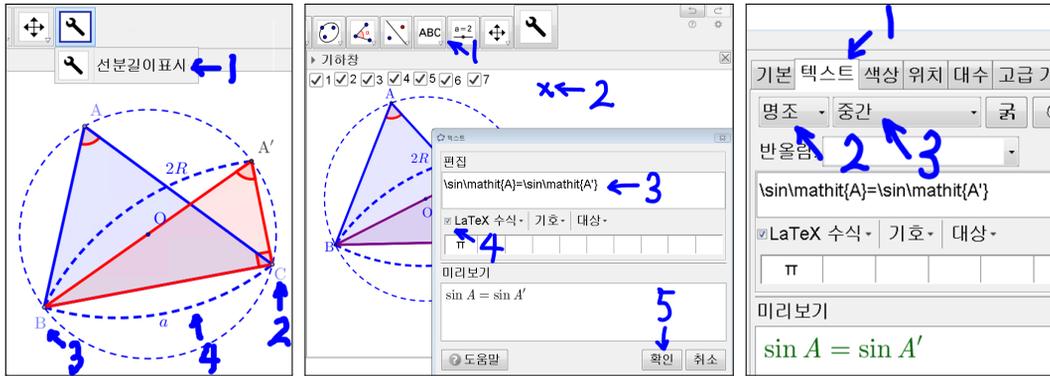


새 도구 만들기의 세부 설정사항이 나타납니다. 호 DH'E를 선택하면 출력 대상에 호가 선택되는 것을 볼 수 있습니다. 입력 대상을 선택합니다. 두 점이 보입니다. 지금 만드는 도구를 사용하여 두 점을 선택하면 호가 만들어 진다는 의미로 생각하면 됩니다. 선분의 양 끝점을 선택하면 선분의 길이를 표현할 수 있다는 의미입니다. 이름과 아이콘을 선택하고 '선분길이표시'라고 입력한 후 종료 버튼을 누릅니다. 확인을 선택합니다. 그러면 새 도구가 만들어진 것을 볼 수 있습니다. 이제 임시적으로 만든 호를 삭제합니다.



제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

이제 여러 단계를 걸쳐서 만든 ‘선분길이표시’ 도구를 사용해 보겠습니다. 점 B, 점 A'를 차례로 선택합니다. 길이를 표시할 호가 보입니다. 호의 설정사항의 기본에서 캡션에 $2R$ 입력합니다. 이름 보이기를 체크하고 캡션을 선택합니다. 색상을 선택 후 파란색을 선택합니다. 스타일을 선택 후 선 굵기를 9로 조절합니다. 그리고 호에 대한 체크상자 6을 만듭니다.



새로 만든 ‘선분길이 표시’ 도구를 선택합니다. 점 C, 점 B를 차례로 선택합니다. 길이를 표시할 호가 보입니다. 캡션에 a 라 하고 선 굵기를 9로 하고 색상을 파란색으로 합니다. 그리고 호에 대한 체크상자 7을 만듭니다. ‘텍스트’ 도구를 선택합니다. 십자표시를 선택한 후, 편집에

$$\sin\mathit{A}=\sin\mathit{A}'$$

를 씁니다. 그리고 LaTeX 수식 체크상자를 체크합니다. 그러면 미리보기에 수식이 자동으로 나타나는 것을 볼 수 있습니다. 확인을 누릅니다. 설정에 색상에 들어가서 글자색을 녹색으로 지정하고 설정의 텍스트 탭으로 들어가서 명조를 선택하고 글자크기를 중간으로 합니다. 녹색 텍스트의 체크상자 8을 만듭니다.

기하창

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

$\sin A = \sin A'$
 $= \frac{\overline{BC}}{\overline{BA'}}$
 $= \frac{a}{2R}$

$\therefore \frac{a}{\sin A} = 2R$

```
=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{BA}'}}
=\frac{a}{2R}
\therefore \frac{a}{\sin \mathit{A}}=2R
```

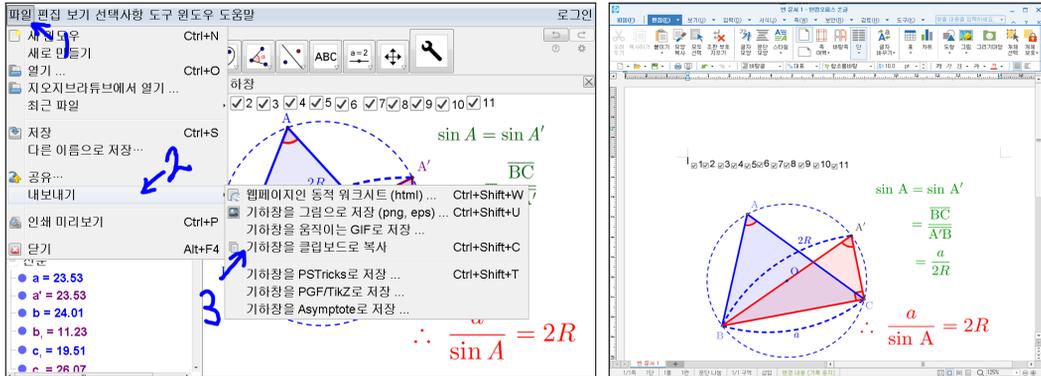
같은 방식으로 그림과 같이 ‘텍스트’ 도구를 사용하여 글자를 입력합니다. 각 각에 대한 세부 설정은 아래와 같습니다. 또한 각각의 글자에 대하여 체크상자 9, 10, 11을 만듭니다. 마지막은 빨간색으로, 글자크기는 ‘크게’로 합니다.

체크상자를 모두 체크 해제한 후에 하나씩 클릭해 보면 하나씩 논리적인 순서로 예각의 경우의 사인법칙이 완성되는 것을 볼 수 있습니다. 마지막으로 자료를 저장합니다. 지금까지 실제 수업 자료를 작성했던 것을 바탕으로 예각인 경우의 사인법칙을 완성하였습니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

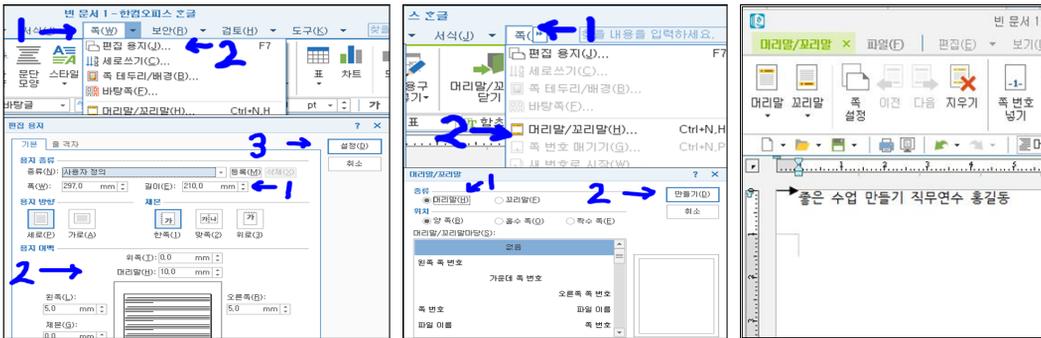
1.1.2 Geogebra 자료를 PDF 문서로 만들기

Geogebra에는 내보내기 기능이 있습니다. 앞으로 쓸 기능은 기하창을 클립보드로 복사라는 기능입니다. 간단히 이 기능을 설명하면 한글에 그림을 붙여넣는 기능입니다.

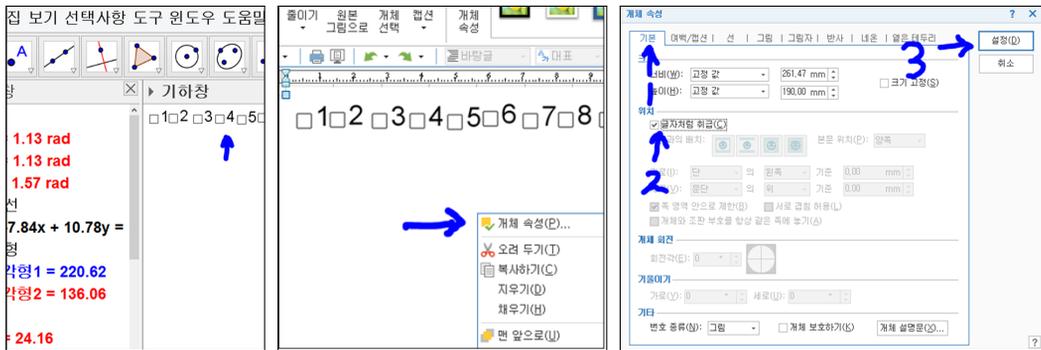


파일을 선택하고 내보내기를 선택하고 기하창을 클립보드로 복사를 선택합니다. 또는 [Ctrl]+[Shift]+[C]의 단축키를 사용해도 됩니다. 한글 2010을 기준으로 설명하겠습니다. 한글을 실행시킨 후 [Ctrl]+[V]를 누르면 한글에 Geogebra 기하창에 보이는 내용이 한글에 그대로 복사되는 것을 볼 수 있습니다.

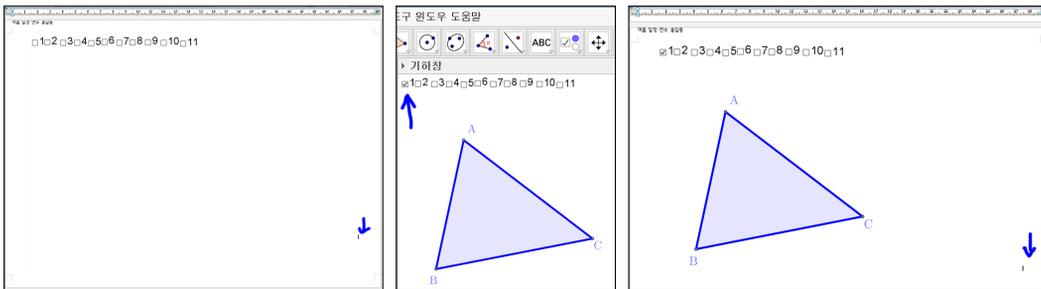
그 이외의 내보내기 기능들이 있습니다. 그 외의 기능들도 익히면 좋은 수학 자료를 만들 수 있습니다. 세부적인 설명은 일단 생략하겠습니다. 한글을 이용하여 pdf파일 자료를 만들어 보겠습니다.



한글을 실행시킵니다. 쪽을 선택하고 편집 용지를 선택합니다. 폭을 297 길이를 210으로 하고 머리말 꼬리말 여백을 10으로 좌우 여백을 5로 하고 위쪽 아래쪽 여백은 0으로 합니다. 쪽 머리말/꼬리말을 선택하고 머리말을 클릭 후 만들기를 선택하고 머리말에 [프리젠테이션(홍길동)] 으로 작성합니다. 그리고 본문은 가운데 정렬해 놓습니다.



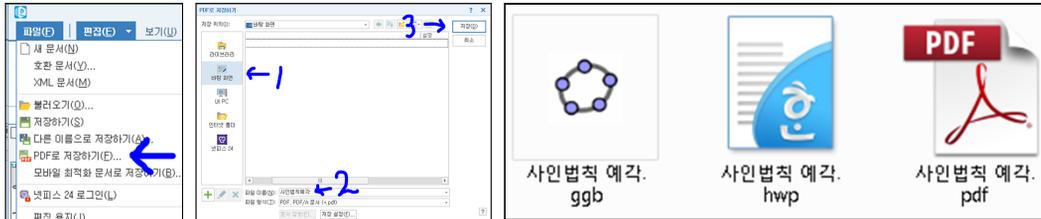
Geogebra에서 체크상자를 모두 체크해제하고 [Ctrl]+[Shift]+[C]키의 단축키를 누릅니다. 조금 전에 만든 한글문서로 가서 [Ctrl]+[V]키를 누릅니다. 그림 그림이 붙여넣기 될 것입니다. 그림에서 오른쪽 마우스를 누르고 개체속성 선택, 기본에서 글자처럼 취급을 체크, 설정을 선택합니다.



글자화된 그림 끝 위치에 커서를 놓고 [Ctrl]+[Enter]키를 눌러서 다음페이지로 가게 합니다. 다시 Geogebra로 가서 체크상자 1만 체크하고 [Ctrl]+[Shift]+[C]키의 단축키를 누릅니다. 조금 전에 만든 한글문서로 가서 [Ctrl]+[V]키를 누

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

룹니다. 그림을 글자처럼 취급으로 만듭니다. 그리고 글자화된 그림 끝 위치에 커서를 놓고 [Ctrl]+[Enter]키를 눌러서 다음페이지로 가게 합니다.



이런 방법으로 체크상자 11까지 완료합니다. ‘사인법칙 예각’ 이라고 저장합니다. 한글 파일을 다 작성했습니다. 이제 파일을 선택하고 PDF로 저장하기를 선택합니다. 바탕화면을 저장위치로 설정하고 ‘사인법칙 예각’이란 이름을 쓰시고 저장을 누릅니다. 바탕화면에 Geogebra 문서, 한글문서, PDF 문서가 만들어졌습니다. PDF 문서를 열어서 오른쪽 키와 왼쪽 키를 누르면 마치 Geogebra를 사용하여 체크상자를 하나씩 체크하듯이 보여지게 됩니다.

이렇게 Geogebra 자료를 PDF 문서로 만든 이유를 말씀드리겠습니다. 첫째, 수업할 때 조작실수를 하지 않습니다. 둘째, 보통 학급 컴퓨터에 Adobe Reader가 설치되어 있으므로, Geogebra 없이도 수업에 사용할 수 있습니다. 셋째, Geogebra를 모르는 교사나 학생이 수업자료를 사용할 수 있습니다.

찾아보기

- LaTeX 수식, 14
- 각, 10, 11
- 기하학을 클립보드로 복사, 16
- 내보내기, 16
- 다각형, 5, 9
- 대상 보이기, 3
- 대상을 보이거나 감추기 위한 체크 상자, 4
- 명조, 14
- 반시계 방향, 12
- 반직선, 8, 9
- 사인법칙, 3
- 새 도구 만들기, 13
- 색상, 4
- 선분길이 표시, 14
- 선분의 길이를 점선으로 표현, 11
- 세 점을 지나는 원호, 12
- 스타일, 4
- 원호, 11
- 이름 보이기, 3
- 점, 12
- 정의, 4
- 주어진 크기의 각, 12
- 중심이 있고 한 점을 지나는 원, 3
- 중점 또는 중심, 12
- 직각, 11
- 체크 상자 고정, 7
- 체크상자, 5
- 캡션, 3
- 텍스트, 14, 15
- 호, 13

그동안 했던 강의 자료 중 일부를 책으로 엮음.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>



수학교사와 학생을 위한

한국교원대학교 융합교육연구소 추천 도서

지자 민은기

Geogebra와 수학의 시각화

지자 민은기 | 이경수

Geogebra를 활용한 수업자료 제작과 수학문제 탐구활동

지자 민은기

- 2017년 경남과학기술대학교 수학과 현장연구 특강
- 2017년 세종창의과학캠프(수학)특강
- 2016년 강원도 중등 수학과 좋은 수업 만들기 직무연수 출강
- 2013년~2016년 강원도 중등수학자(1급)정교사 자격연수 출강
- 2014년~2015년 YSC 강원도청소년과학캠프 창의력 문제 출제 및 심사

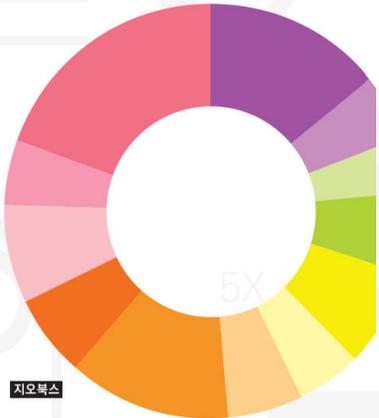
지자 이경수

강원대학교 사범대학 수학교육과를 졸업한 후 학교현장에서 즐거운 수학교육을 만들고자 노력하고 있습니다. 프로그래밍에 흥미가 있어 Geogebra, SageMath 등의 소프트웨어로 수업자료를 만드는 활동을 즐겨하고 있으며 이를 수업에 효율적으로 적용할 수 있는 방법을 고민하고 있습니다. 특히, 통계관련 시뮬레이션 자료를 제작하는 활동에 관심이 많습니다.

- 2017년 현재 원주여자고등학교 재직 중
- 2015년~2017년 단위학교 맞춤형 직무연수 출강
- 2016년 교육부 중앙교육연수원 [융합과 미래] 콘텐츠 개발
- 2016년 강원도 중등 수학과 좋은 수업 만들기 직무연수 출강
- 2013년~2016년 강원도 중등수학자(1급)정교사 자격연수 출강
- 2015년~2016년 YSC 강원도청소년과학캠프 창의력 문제 출제 및 심사

지오박스





지오박스

T 02-2263-6414 F 02-2268-9481
www.emotionbooks.co.kr





<https://ggbm.at/gsARCQs5>

책자료실(지오지브라 튜브)

[참고]

[민은기 선생님의 수학자료실]

Homepage : <http://min7014.iptime.org>

Facebook Page : <https://www.facebook.com/mineungimath>

YouTube Channel : <https://goo.gl/JpzU5i>

[이경수 선생님 블로그]

<http://blog.naver.com/evening07>

[GeoGebra 5.0.363.0-3D (03 June 2017) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/YvjsCV> (From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/n69yE1> (From Google Drive)

[GeoGebra 5.0.462.0-d (02 May 2018) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/SsdFBd> (From Home Page)

Portable : <https://goo.gl/FxJxES>(From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/dqtbfk> (From Google Drive)

Portable : <https://goo.gl/zwundc>(From Google Drive)